

Wprowadzenie do pulsujących sieci neuronowych

Maksymilian Bujok



Zakład Algebry i Kombinatoryki
Wydział Matematyki i Nauk Informacyjnych

31 maja 2017

Wstęp

Plan prezentacji

- ▶ Biologiczna inspiracja modeli neuronów.
- ▶ Modelowe neuronów naturalnych.
- ▶ Neurony trzeciej generacji dla sztucznych sieci neuronowych.
- ▶ Sieci pulsacyjne.
- ▶ Dynamika sieci neuronowych.
- ▶ Przykłady zastosowań.

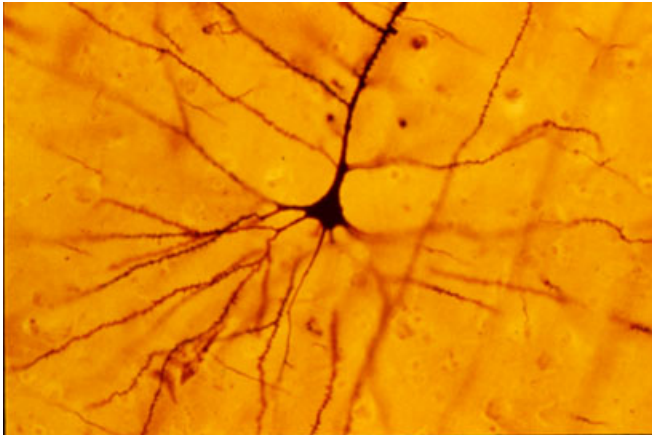
Motywacje

- ▶ Mózg ludzki zawiera około 86 miliardów neuronów [5] i średnio 7000 synaps na neuron [4].
- ▶ System „masowo równoległy”.
- ▶ Odporny na błędy i uszkodzenia.
- ▶ Elastyczny.
- ▶ Efektywny energetycznie.

Obliczenia inspirowane biologią

- ▶ Neurobiologia obliczeniowa.
- ▶ Badanie własności układu nerwowego w tym, na pewnym poziomie, zdolności obliczeniowych.
- ▶ Szukanie istotnych własności z punktu widzenia możliwości przetwarzania informacji.
- ▶ Wzorowanie sztucznych układów na układach biologicznych – *Biocybernetyka*.

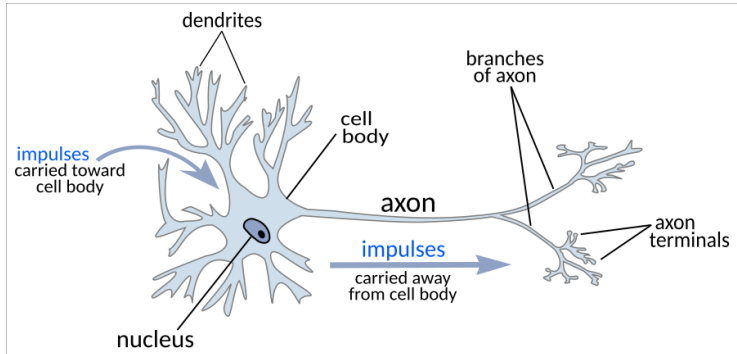
Biologiczna inspiracja modeli neuronów



Rysunek: Neuron piramidalny z kory mózgowej człowieka.

Źródło: <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:GolgiStainedPyramidalCell.jpg>

Budowa neuronu biologicznego



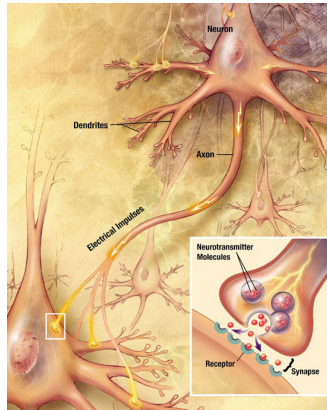
Rysunek: Struktura typowego neuronu.

Źródło: https://wclipart.com/medical/anatomy/nervous_system/neuron/neuron.png.html

Budowa neuronu biologicznego



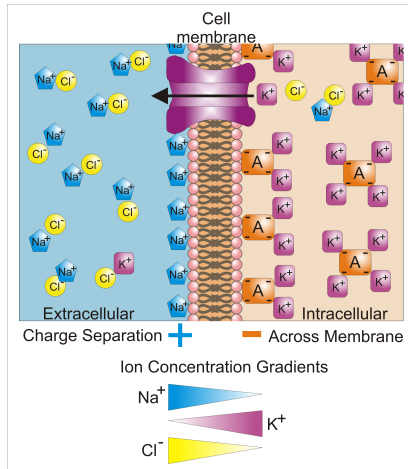
Rysunek: Synapsa. Źródło: https://www.wpclipart.com/science/experiments/chemical_synapse.png.html



Rysunek: Synapsa chemiczna.

Źródło: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Chemical_synapse_schema_cropped.jpg

Błona komórkowa



Rysunek: Membrana komórkowa i pompy jonowe.

Źródło: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Basis_of_Membrane_Potential2.png

Potencjał Nernsta

Ponieważ wymiana jonów przez błonę komórkową jest niewielka to możemy układ traktować jako znajdujący się w stanie równowagi termodynamicznej. Rozważmy problem znalezienia potencjału Nernsta dla jonów potasu K^+ [1]

$$\frac{p_1}{p_2} = \exp\left(-\frac{U_2 - U_1}{RT}\right), \quad (1)$$

gdzie p_1 i p_2 to prawdopodobieństwa znalezienia układu w stanie 1 i 2 jeśli różnica pomiędzy energiami, w których znajduje się badany układ wynosi: $U_2 - U_1$. T oznacza temperaturę bezwzględną w Kelwinach, a k_b stałą Boltzmann.

Możemy teraz zapisać potencjał Nernsta w postaci

$$\frac{C_1}{C_2} = \exp\left(-\frac{U_2 - U_1}{RT}\right) \quad (2)$$

gdzie C_1 i C_2 oznaczają koncentracje jonów potasu, a R to stała gazowa równa $R = k_B N$. Ostatecznie otrzymujemy

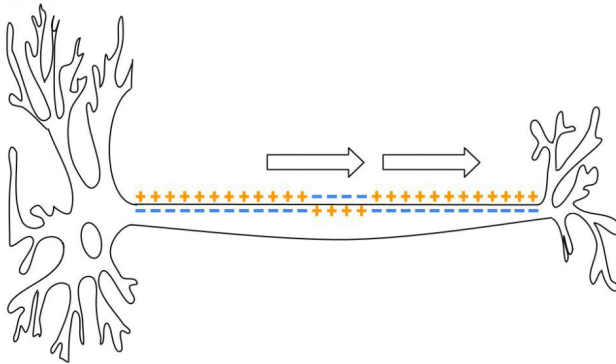
$$U_2 - U_1 = RT \ln\left(\frac{C_2}{C_1}\right). \quad (3)$$

W naszym przypadku różnica energii $U_2 - U_1$ jest różnicą potencjałów (Nernsta) błony komórkowej $E_2 - E_1$

$$E_s = E_2 - E_1 = -\frac{RT}{z_s F} \ln \left(\frac{C_2}{C_1} \right), \quad (4)$$

bo $U_2 - U_1 = z_s F (E_2 - E_1)$, gdzie C_1 i C_2 oznacza jonów potasu, R to stała gazowa równa $R = k_B N$, F to stała Faradaya, a z_s to wartość ładunku jonu.

- ▶ W stanie równowagi na zewnątrz na zewnątrz błony komórkowej znajdują się ładunki dodatnie a wewnątrz ujemnie.
- ▶ Różnicę tych potencjałów nazywamy potencjałem spoczynkowym.
- ▶ Potencjał spoczynkowy waha się mniej więcej od -90 mV do 146 mV. [?]
- ▶ Po przekroczeniu wartości progowej w neuronie następuje wygenerowanie potencjału czynnościowego.



MakeAGIF.com

Rysunek: Potencjał czynnościowy.

Źródło: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Action_Potential.gif

Modele neuronów pulsujących

Model Hodgkinga-Huxleya

- ▶ Podstawowym modelem przy opisie komórek nerwowych jest model błony synaptycznej zaproponowany przez Alana Lloyda Hodgkina i Andrew Fieldinga Huxleya w 1952. (Nagroda Nobla w 1963 roku)

J. Physiol. (1952) 117, 500-544

**A QUANTITATIVE DESCRIPTION OF MEMBRANE
CURRENT AND ITS APPLICATION TO CONDUCTION
AND EXCITATION IN NERVE**

BY A. L. HODGKIN AND A. F. HUXLEY

From the Physiological Laboratory, University of Cambridge

(Received 10 March 1952)

This article concludes a series of papers concerned with the flow of electric current through the surface membrane of a giant nerve fibre (Hodgkin, Huxley & Katz, 1952; Hodgkin & Huxley, 1952 *a-c*). Its general object is to discuss the results of the preceding papers (Part I), to put them into mathematical form (Part II) and to show that they will account for conduction and excitation in quantitative terms (Part III).

Rysunek: Źródło: [3]

- ▶ Badania prowadzone były na olbrzymim aksonie ośmiornicy, który ma długość do 10 cm i średnicę 1mm.



Rysunek: Kamlar pospolity (*Loligo vulgaris*).

Źródło: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Loligo_vulgaris.jpg

Przy różnicy potencjałów V pomiędzy zewnętrzną i wewnętrzną stroną ściany komórkowej aksonu i dla ustalonego gradientu stężenia jonów, czyli dla potencjału Nernsta otrzymujemy potencjał wypadkowy (elektrochemiczny) $(V - E_s)$.

Natężenie prądu dla danego typu jonów przyjmuje postać:

$$I_k = \frac{V - E_s}{R_k}, \quad (5)$$

gdzie R_k to opór właściwy dla danego typu jonów. Ostatecznie oznaczając przez g_k przewodność otrzymujemy

$$I_k = g_k(V - E_s). \quad (6)$$

- ▶ Błonę komórkową możemy traktować jako kondensator (dwie strony to okładki).
- ▶ Pojemność błony oznaczmy przez $C = \frac{Q}{V}$, gdzie Q to ładunek, a V potencjał.
- ▶ Natężenie prądu natomiast to zmiana ładunku w czasie $I = \frac{dQ(t)}{dt}$.
- ▶ Ostatecznie $I = C \frac{dV(t)}{dt}$.

Naszym celem jest na razie wyznaczenie całkowitego prądu płynącego przez błonę komórkową:

$$I(t) = C \frac{dV(t)}{dt} + I_{Na} + I_{K_a} + I_{C_a} + I_{Cl}, \quad (7)$$

gdzie I_{Na} , I_{K_a} , I_{C_a} oraz I_{Cl} to wartości prądów pochodzące od każdego z rodzajów jonów. Ostatecznie

$$C \frac{dV(t)}{dt} = I(t) - I_{Na} - I_K - I_{C_a} - I_{Cl}. \quad (8)$$

otrzymujemy równanie różniczkowe na zmianę potencjału błony komórkowej aksonu.

Możemy otrzymany „układ dynamiczny” zapisać w postaci:

$$C \frac{dV(t)}{dt} = I(t) - g_{Na}(V - E_{Na}) - g_{Ca}(V - E_{Ca}) - g_{Cl}(V - E_{Cl}) - g_K(V - E_K). \quad (9)$$

Do pełnego opisu neuronu potrzebujemy jednak jeszcze opis zmian wartości przewodności, która zależy od przepuszczalności kanałów jonowych, a ta z kolei od otwarcia lub zamknięcia tak zwanych „bramek”, które oznaczymy przez wartości h , m , n .

Ostatecznie zmiany tych wartości w czasie

$$\frac{dn}{dt} = \alpha_n(V)(1 - n) + \beta_n(V)n, \quad (10)$$

$$\frac{dm}{dt} = \alpha_m(V)(1 - m) + \beta_m(V)m, \quad (11)$$

$$\frac{dh}{dt} = \alpha_h(V)(1 - h) + \beta_h(V)h, \quad (12)$$

gdzie α i β to stałe związane z szybkością zmiany w zależności od V .

Układ równań opisujący zachowanie neuronu przyjmuje ostatecznie postać:

$$C \frac{dV(t)}{dt} = I(t) - g_L(V - E_L) - g_{Na}m^3h(V - E_{Na}) - g_Kn^4(V - E_K) \quad (13)$$

$$\frac{dn}{dt} = \alpha_n(V)(1 - n) + \beta_n(V)n, \quad (14)$$

$$\frac{dm}{dt} = \alpha_m(V)(1 - m) + \beta_m(V)m, \quad (15)$$

$$\frac{dh}{dt} = \alpha_h(V)(1 - h) + \beta_h(V)h, \quad (16)$$

gdzie

$$\alpha_n(V) = 0.01 \frac{10 - V}{\exp\left(\frac{10 - V}{10} - 1\right)}, \quad (17)$$

$$\beta_n(V) = 0.125 \frac{-V}{80}, \quad (18)$$

$$\alpha_m(V) = 0.1 \frac{25 - V}{\exp\left(\frac{25 - V}{10} - 1\right)}, \quad (19)$$

$$\beta_m(V) = 4 \frac{-V}{18}, \quad (20)$$

$$\alpha_h(V) = 0.07 \frac{V}{20}, \quad (21)$$

$$\beta_h(V) = \frac{1}{\exp\left(\frac{30 - V}{10} + 1\right)}. \quad (22)$$

Współcześnie równania przyjmują postać:

$$\frac{dn}{dt} = \frac{(n_{\infty}(V) - n)}{\tau_n(V)}, \quad (23)$$

$$\frac{dm}{dt} = \frac{(m_{\infty}(V) - m)}{\tau_m(V)}, \quad (24)$$

$$\frac{dh}{dt} = \frac{(h_{\infty}(V) - h)}{\tau_h(V)}, \quad (25)$$

$$n_{\infty} = \frac{\alpha_n}{\alpha_n + \beta_n}, \quad \tau_n = \frac{1}{\alpha_n + \beta_n}, \quad (26)$$

$$m_{\infty} = \frac{\alpha_m}{\alpha_m + \beta_m}, \quad \tau_m = \frac{1}{\alpha_m + \beta_m}, \quad (27)$$

$$h_{\infty} = \frac{\alpha_h}{\alpha_h + \beta_h}, \quad \tau_h = \frac{1}{\alpha_h + \beta_h}, \quad (28)$$

gdzie $\tau_m(V)$, $\tau_n(V)$ i $\tau_h(V)$ to współczynniki wyznaczone empirycznie.

Wady i zalety modelu Hodgkinga-Huxleya

- ▶ Dobrze odwzorowanie działania rzeczywistego neuronu.
- ▶ Kosztowny obliczeniowo. Potrzebuje 120 operacji zmiennoprzecinkowych dla obliczenia 0.1 ms (1200 operacji na milisekundę działania)[7].
- ▶ Istnieje jednak wiele potencjalnych możliwości modyfikacji.

Modele neuronów biologicznych

- ▶ Model Hodgkinga-Huxleya jest zbyt skomplikowany i kosztowny obliczeniowo dla większości zastosowań.
- ▶ Istnieje wiele alternatywnych modeli neuronów. Od szeroko stosowanego, bo prostego i taniego obliczeniowo w implementacji Integrate-and-fire, przez Resonate-and-Fire do bardziej złożonych Hodgkinga-Huxleya, FitzHugh-Nagumo, Morrisa-Lecara.
- ▶ Ciekawym kompromisem pomiędzy odwzorowaniem rzeczywistych neuronów a efektywnością implementacji jest model Izhikevicha [?].

Model Izhikevicha

Model Izhikevicha możemy zdefiniować przy pomocy następujących równań [6]:

$$\begin{aligned}\frac{dv}{dt} &= 0.04v^2 + 5v + 140 - u + I, \\ \frac{du}{dt} &= a(bv - u)\end{aligned}$$

oraz dodatkowo z warunkiem:







$$\text{if } v \geq 30\text{mV}, \quad \text{then } v \begin{cases} v \leftarrow c \\ v \leftarrow u + d \end{cases},$$

gdzie a , b oraz c to parametry, I to prąd synaptyczny (lub wprowadzony bezpośrednio). Parametr v to potencjał błony komórkowej, natomiast u to powrót wartość parametru powrotu do stanu równowagi.

Podsumowanie

- ▶ Modele pulsujące dokładniej odwzorowują funkcje rzeczywistych neuronów (należy jednak pamiętać, że rzeczywiste neurony są bardzo skomplikowanymi tworam).
- ▶ Ich koszt obliczeniowy jest większy niż modeli pierwszej i drugiej generacji, ale możliwe są kompromisy przy zachowanych własnościach właściwych neuronom biologicznym.
- ▶ Możliwe jest tworzenie przy ich pomocy sieci wykonujących zadania w sposób bardziej przypominający to co dzieje się w żywych organizmach.
- ▶ Obiecujący kierunek badań zarówno ze względu na zrozumienie układów biologicznych jak i potencjalne zastosowania techniczne.

Dziękuję za uwagę

-  Hille, Bertil, *Ion Channels of Excitable Membranes (3rd Edition)*, ISBN 0878933212.
-  Eugene M. Izhikevich, *Dynamical Systems in Neuroscience: The Geometry of Excitability and Bursting*, The MIT Press, 2007.
-  Hodgkin AL, Huxley AF. *A quantitative description of membrane current and its application to conduction and excitation in nerve*. The Journal of Physiology. 1952;117(4):500-544.
-  David A. Drachman, MD, *Do we have brain to spare?*, Neurology June 28, 2005 vol. 64 no. 12 2004-2005
-  Azevedo FA et al. *Equal numbers of neuronal and nonneuronal cells make the human brain an isometrically scaled-up primate brain.*, J. Comp. Neurol. 2009 Apr 10;513(5):532-41. doi: 10.1002/cne.21974.
-  Eugene M. Izhikevich, *Simple Model of Spiking Neurons*, IEEE Transactions on Neural Networks (2003) 14:1569- 1572



Eugene M. Izhikevich, *Which Model to Use for Cortical Spiking Neurons?*, *EEE Transactions on Neural Networks* (2004)
15:1063-1070