

Algorytm memetyczny w grach wielokryterialnych z odroczoną preferencją celów

Adam Żychowski

Definicja problemu

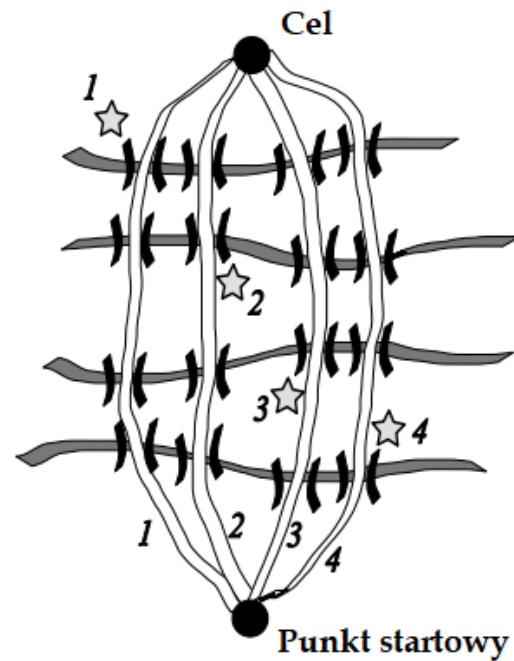
- dwóch graczy: P_1 (minimalizator) oraz P_2 (maksymalizator)
- S_1, S_2 – zbiory strategii graczy P_1 i P_2
 $S_2 = \{s_2^1, s_2^2, \dots, s_2^J\}$ $S_1 = \{s_1^1, s_1^2, \dots, s_1^I\}$
- $f_{i,j}$ – wypłata w przypadku zagrania strategii s_1^i oraz s_2^j
- $f_{i,j}$ jest wektorem - gra wielokryterialna (ang. *Multi-objective Game / MOG*)

- Cel gracza P_1 : $\min_{s_1^i \in S_1} \max_{s_2^j \in S_2} \bar{f}_{i,j}$.
- Cel gracza P_2 : $\max_{s_2^j \in S_2} \min_{s_1^i \in S_1} \bar{f}_{i,j}$

MOG – stosowane podejścia

- rozważanie każdego celu (elementu wektora wypłat) oddzielnie
- sprowadzenie gry do jednego celu (np. za pomocą sumy ważonej)
- rozważanie punktu Nadira
- **relacja dominacji**

Przykład

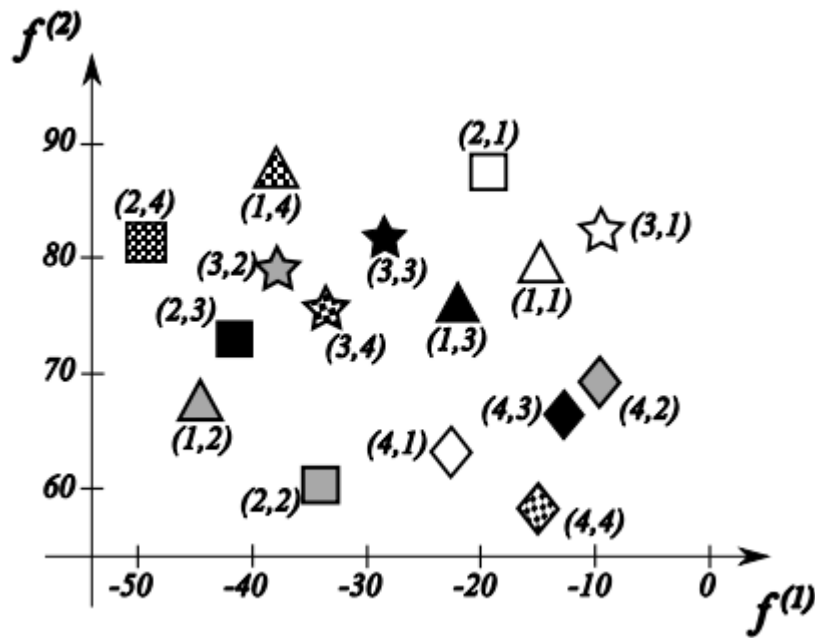


- P_1 – złodziej – wybiera jedną z dróg
- P_2 – ochroniarz – wybiera jedną z lokalizacji i umieszcza w niej kamerę

Przykład cd.

		P_2			
		Kamera 1	Kamera 2	Kamera 3	Kamera 4
P_1	Droga 1	(-15,78)	(-44,67)	(-22,75)	(-38,88)
	Droga 2	(-19,88)	(-34,60)	(-43,74)	(-45,81)
	Droga 3	(-9,83)	(-36,78)	(-29,82)	(-33,76)
	Droga 4	(-22,63)	(-10,69)	(-12,67)	(-14,59)

- $f^{(1)}$ = – dystans kamery od drogi
- $f^{(2)}$ = czas dotarcia do celu wybraną drogą po wykryciu obecności złodzieja kamerą
- P_1 (złodziej) minimalizuje $f^{(1)}$ i $f^{(2)}$
- P_2 (ochroniarz) maksymalizuje $f^{(1)}$ i $f^{(2)}$



		P_2			
		Kamera 1	Kamera 2	Kamera 3	Kamera 4
P_1	Droga 1	(-15,78)	(-44,67)	(-22,75)	(-38,88)
	Droga 2	(-19,88)	(-34,60)	(-43,74)	(-45,81)
	Droga 3	(-9,83)	(-36,78)	(-29,82)	(-33,76)
	Droga 4	(-22,63)	(-10,69)	(-12,67)	(-14,59)

Relacje dominacji

- Relacja dominacji pomiędzy wektorami

Niech $\mathbf{f} = [f_1, f_2, \dots, f_K] \in \mathbb{R}^K$ oraz $\mathbf{h} = [h_1, h_2, \dots, h_K] \in \mathbb{R}^K$ będą wektorami. Wektor \mathbf{f} *dominuje* wektor \mathbf{h} w problemie maksymalizacji ($\mathbf{f} \stackrel{\max}{\succ} \mathbf{h}$), jeśli $\forall k \in \{1, \dots, K\} f_k \geq h_k$ and $\exists k \in \{1, \dots, K\} f_k > h_k$.

- Relacja dominacji pomiędzy zbiorami

Niech F i H będą zbiorami wektorów. Zbiór F *dominuje* zbiór H w problemie maksymalizacji, $F \stackrel{\max}{\succ} H$, jeśli $\forall h \in H, \exists f \in F$, taki że $f \stackrel{\max}{\succ} h$.

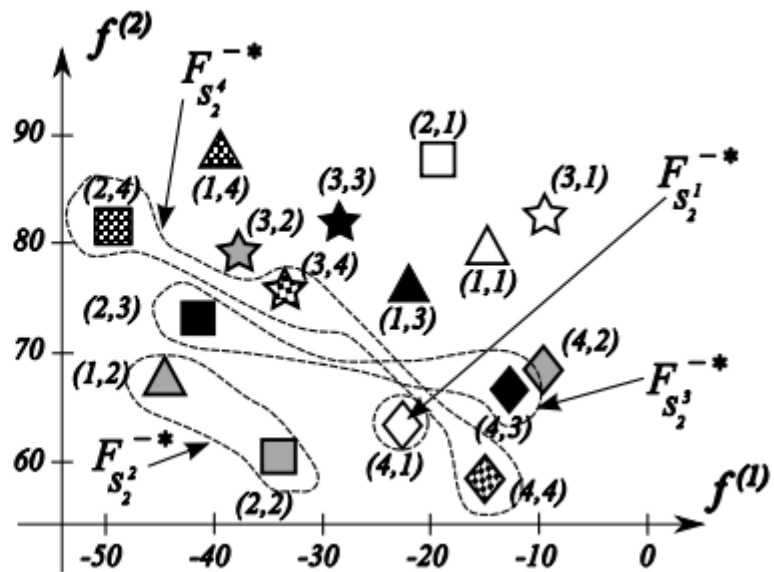
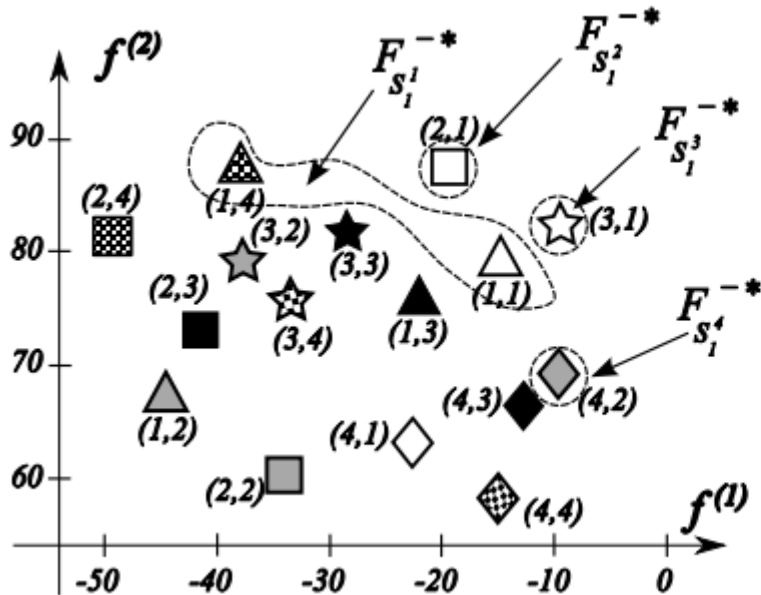
- Dominacja w najgorszym przypadku (worst-case domination)

Zbiór F *dominuje w najgorszym przypadku* zbiór H ($F \stackrel{\text{w.c.}}{\succ} H$) w problemie maksymalizacji kiedy $H \stackrel{\min}{\succ} F$.

Antyoptymalny front

- Antyoptymalny front (*anti-optimal front*) strategii

$$F_{s_1^i}^{-*} := \{f_{i,j} \in F_{s_1^i} \mid \nexists f_{i,j'} \in F_{s_1^i} \quad f_{i,j'} \succ^{max} f_{i,j} \quad \forall j \in \{1, \dots, J\}\}$$



Racjonalne strategie

- Strategie irracjonalne:

$$S_1^{irr} = \{s_1^i \in S_1 \mid \exists s_1^{i'} \in S_1 \ F_{s_1^{i'}}^{-*} \succ^{w.c.} F_{s_1^i}^{-*} \ \forall i \in \{1, \dots, I\}\}$$

- Strategie racjonalne – wszystkie, które nie są irracjonalne:

$$S_1^R = S_1 - S_1^{irr}$$

Algorytm podstawowy

- E. Eisenstadt, A. Moshaiov, G. Avigad, *Co-evolution of strategies for multi-objective games under postponed objective preferences*, IEEE Conference on Computational Intelligence and Games, 2015.

Algorytm koewolucyjny:

- 2 populacje: zbiór strategii graczy
- Selekcja: turniejowa binarna
- Mutacja: losowe zaburzenie strategii (parametrów decyzyjnych)
- Krzyżowanie: średnia arytmetyczna dwóch strategii z populacji
- Funkcja celu: ?

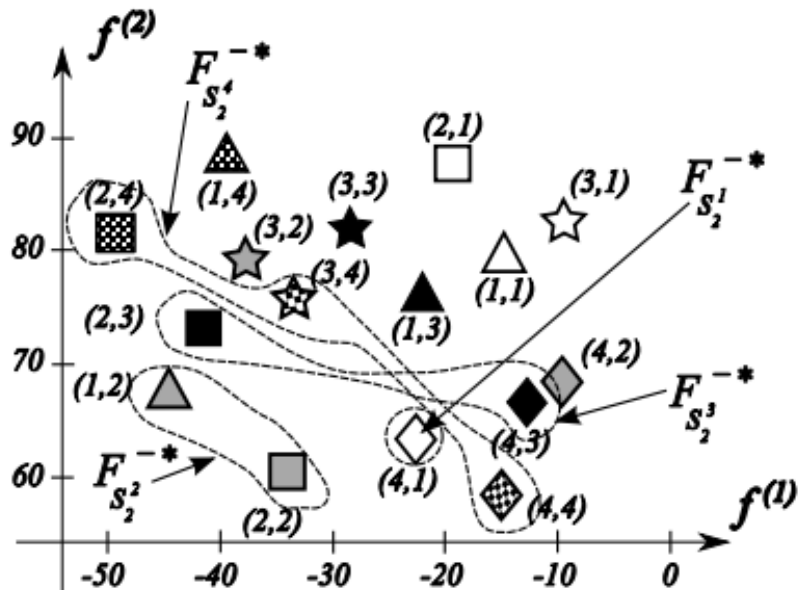
Funkcja celu

dopóki istnieje antyoptimalny front

nadaj ranking i wszystkim strategiom, których fronty są „niezdominowane”
usuń fronty, których strategiom zostały nadany ranking

$i = i + 1$;

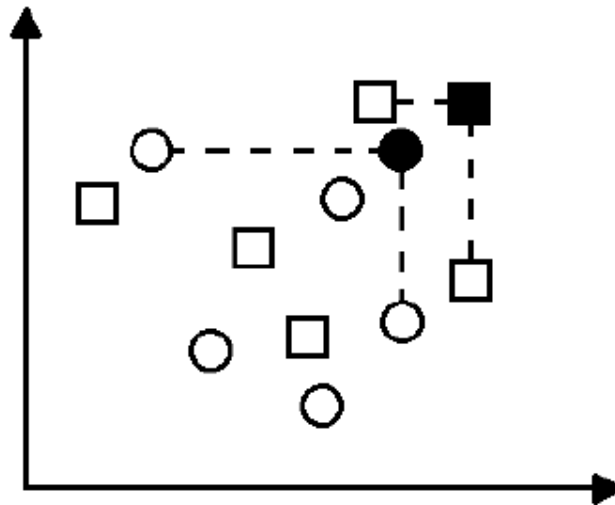
dla strategii o jednakowym rankingu wylicz punkty będące najmniejszą odległością o
jaki trzeba przesunąć front, aby był zdominowany



Strategia	s_2^1	s_2^2	s_2^3	s_2^4
Wypełnienie	biały	szary	czarny	kropki
Ranking	1	2	1	1
Punkty	73	-	69	81
Sortowanie	2	4	3	1

Punkt idealny

- idealny punkt zbioru - umowny, (być może) nieistniejący punkt, którego współrzędne są wartościami maksymalnymi poszczególnych współrzędnych spośród punktów ze zbioru
- Jeśli zbiór A dominuje zbiór B, to idealny punkt zbioru A dominuje lub jest równy idealnemu punktowi zbioru B



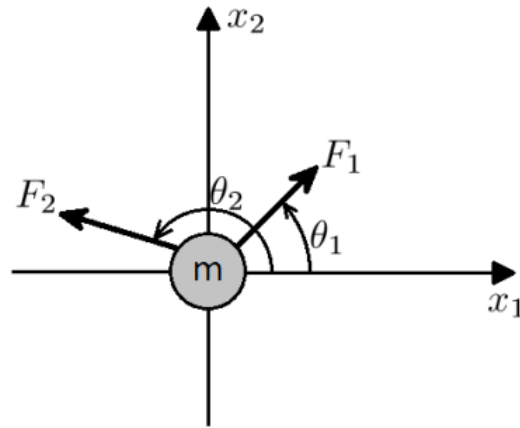
Algorytm memetyczny

- lokalne poprawianie wyników
- sieć neuronowa nauczona na podstawie wszystkich osobników z poprzedniej populacji, wejście: strategia, wyjście: punkt idealny antyoptimalnego frontu

- dla każdego z osobników z prawdopodobieństwem 20%:

wykonaj poszukiwanie maksimum metodą Nelder-Meada w przestrzeni strategii, gdzie wartością dla danej strategii jest wypłata w postaci losowych wag zastosowanych do punktu idealnego zwróconego przez sieć neuronową

Gra testowa



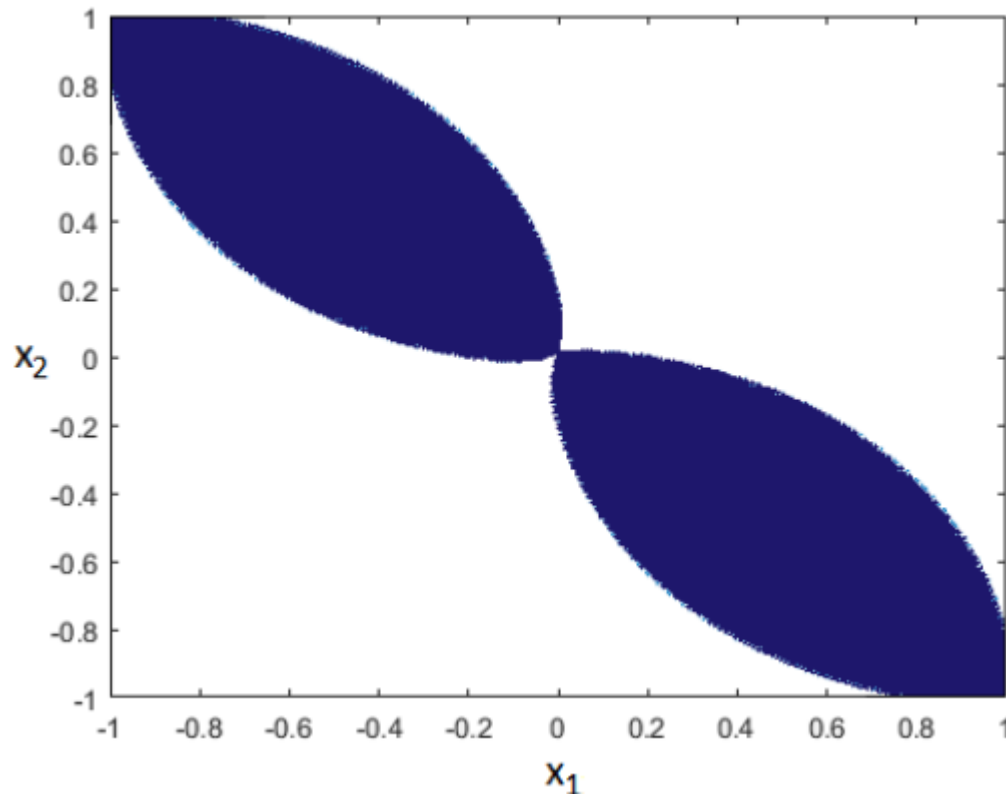
$$x_1 = (F_1 \cos(\theta_1) + F_2 \cos(\theta_2)) \cdot \frac{1}{2} t_f^2$$

$$x_2 = (F_1 \sin(\theta_1) + F_2 \sin(\theta_2)) \cdot \frac{1}{2} t_f^2$$

Racionalne strategije

$$P_1 \quad \pi \leq \theta_1 \leq \frac{3}{2}\pi$$

$$P_2 \quad 0 \leq \theta_2 \leq \frac{1}{2}\pi$$



Gra testowa zmodyfikowana

$$x_1 = \frac{F_1}{1 + \phi(\mathbf{z}_1)} \cos(\theta_1) + \frac{F_2}{1 + \phi(\mathbf{z}_2)} \cos(\theta_2)$$

$$x_2 = \frac{F_1}{1 + \phi(\mathbf{z}_1)} \sin(\theta_1) + \frac{F_2}{1 + \phi(\mathbf{z}_2)} \sin(\theta_2)$$

$$F_1, F_2 \in [0, 1]$$

ϕ : Rosenbrock 2D, Rosenbrock 3D, Rastrigin 1D, Rastrigin 2D, Rastrigin 3D, Griewank 1D, Griewank 2D, Griewank 3D and Ackley 2D

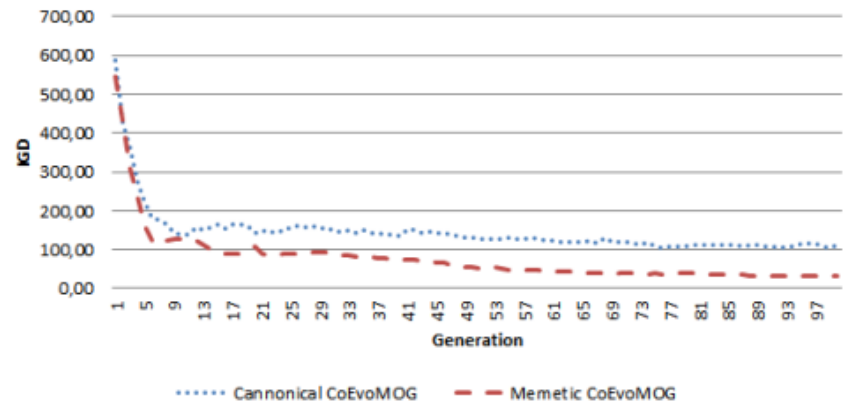
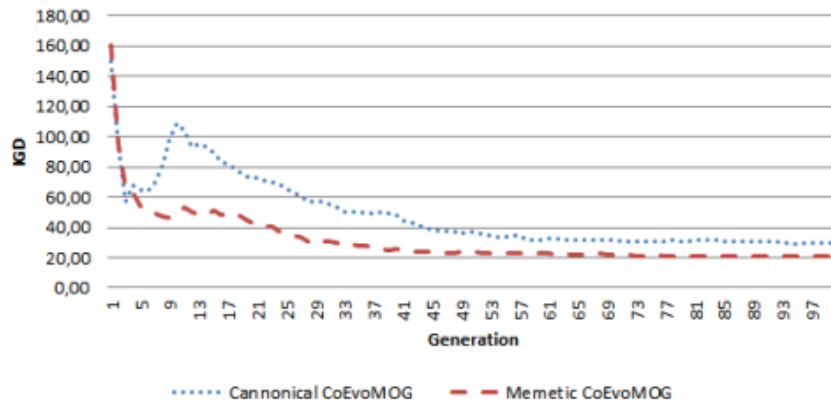
Użyta metryka

- IGD (*Inverse Generational Distance*)

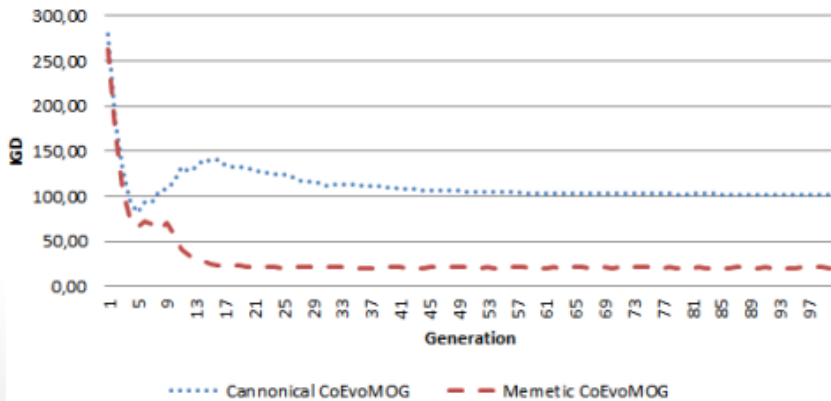
$$IGD = \frac{\sum_{v \in P^*} d(v, F)}{|P^*|}$$

- P^* – zbiór jednorodnie rozłożonych punktów z oczekiwanego rezultatu
- F – otrzymany rezultat
- $d(v, F)$ – minimalna odległość Euklidesowa między v a punktami z F

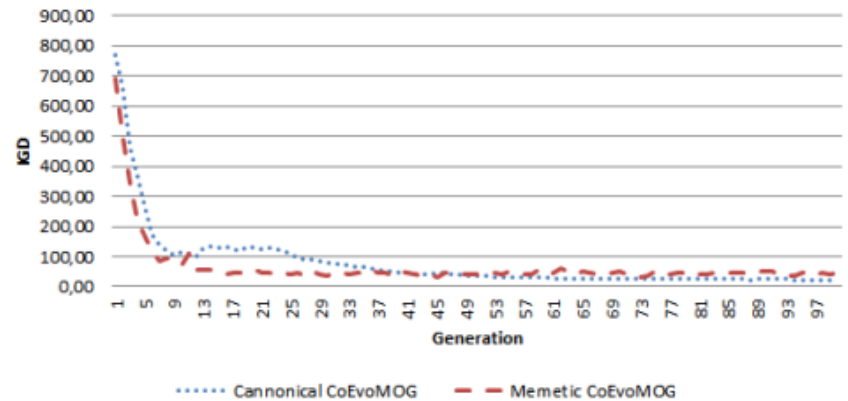
Wyniki



Rosenbrock 2D



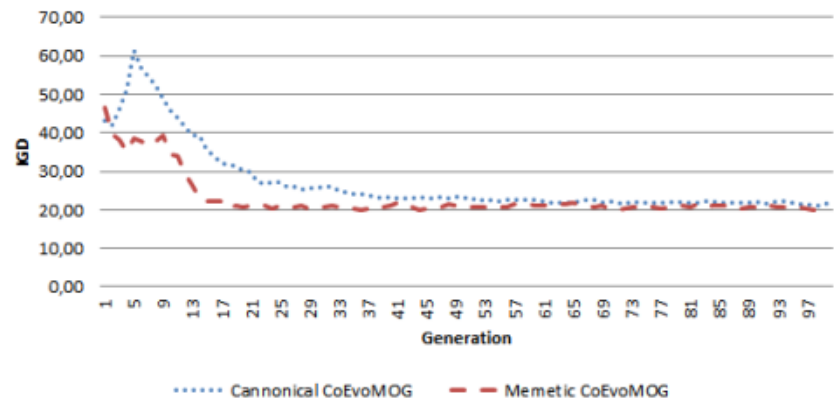
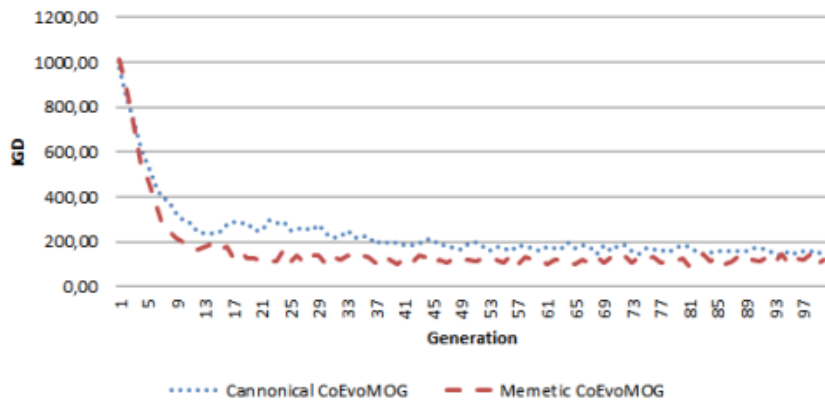
Rosenbrock 3D



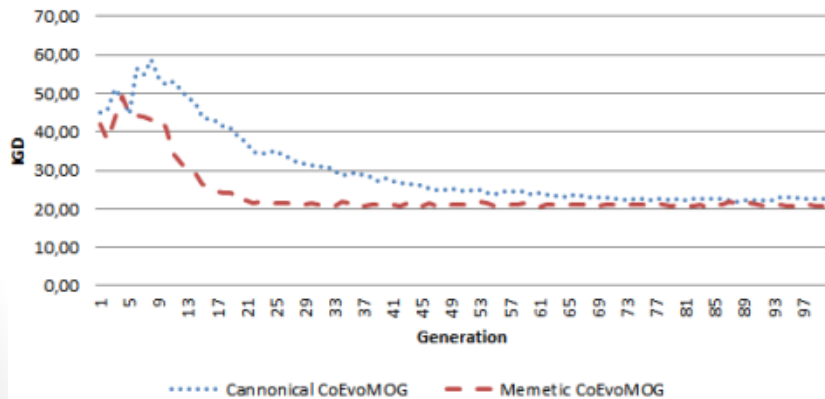
Rastrigin 1D

Rastrigin 2D

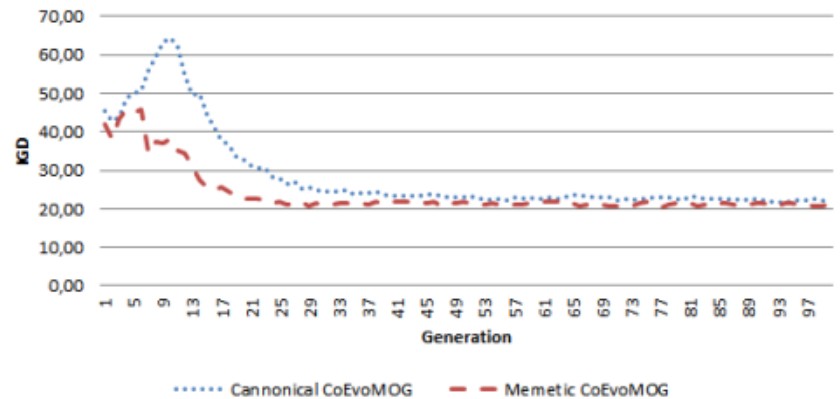
Wyniki



Rastrigin 3D



Griewank 1D

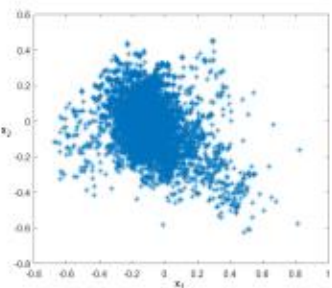


Griewank 2D

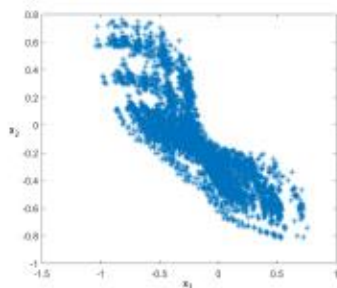
Griewank3D

Wyniki

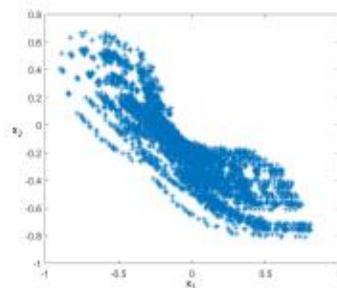
Generation	CanonicalCoEvoMOG				MemeticCoEvoMOG			
	Avg	Min	Max	Std dev	Avg	Min	Max	Std dev
5	65.28	39.39	133.60	30.45	54.37	43.16	110.30	20.66
10	108.77	35.07	249.93	81.80	49.92	34.45	58.46	9.44
15	89.17	31.81	262.70	68.31	50.89	33.31	77.97	15.41
20	72.94	27.08	244.94	63.69	43.86	28.24	95.44	19.50
25	65.48	27.66	208.32	53.05	36.77	24.22	68.52	13.28
30	57.10	22.71	203.50	52.95	30.68	22.28	38.74	6.32
35	50.49	22.95	198.35	52.39	28.29	23.05	36.67	4.88
40	48.01	21.29	176.34	45.65	25.72	20.58	41.32	6.01
45	38.29	21.80	128.73	32.03	24.13	19.85	39.28	5.72
50	37.67	20.70	102.80	24.04	23.95	20.75	36.44	4.75
55	33.65	20.57	76.62	16.01	22.75	20.39	32.17	3.59
60	31.71	21.75	74.82	15.75	22.57	20.48	30.74	3.41
65	31.44	22.37	65.54	13.45	22.09	20.30	26.64	2.13
70	32.01	21.74	68.39	14.49	21.58	19.59	24.10	1.40
75	30.76	22.99	64.73	13.26	21.26	19.20	23.57	1.13
80	30.32	21.63	64.61	13.16	20.92	18.62	22.70	1.25
85	31.04	21.88	58.89	11.87	21.09	19.54	22.71	0.98
90	30.44	21.64	57.39	11.35	21.07	20.11	22.79	0.76
95	29.24	20.99	60.32	11.61	20.89	20.00	21.73	0.55
100	29.45	20.82	58.14	11.36	20.96	19.72	22.89	0.91



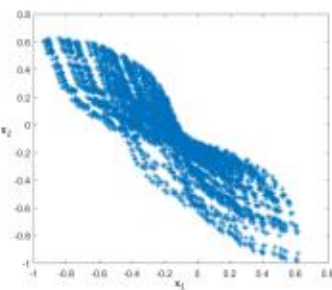
Canonical gen. 1



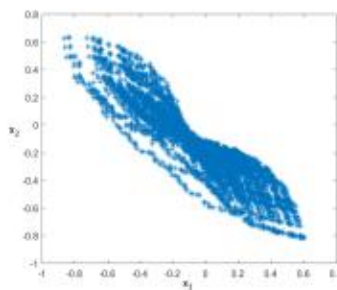
Canonical gen. 10



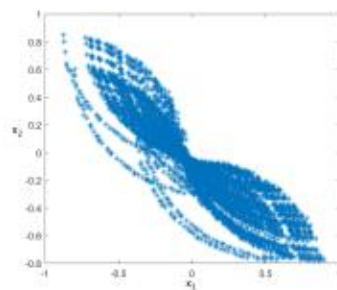
Canonical gen. 15



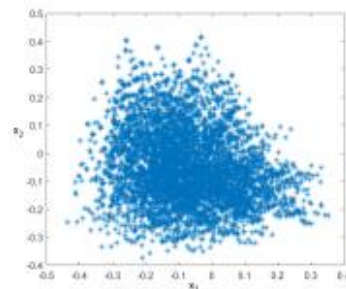
Canonical gen. 20



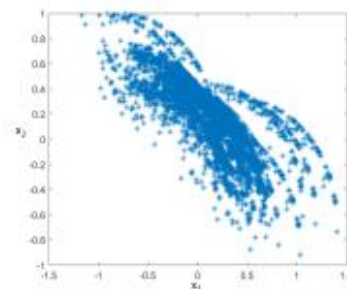
Canonical gen. 25



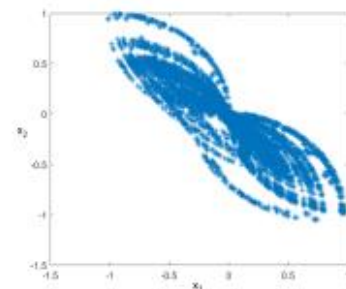
Canonical gen. 50



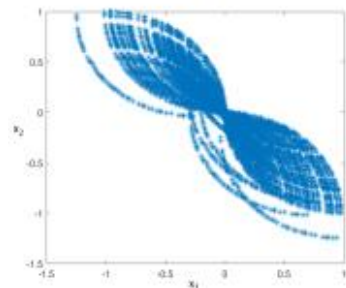
Memetic gen. 1



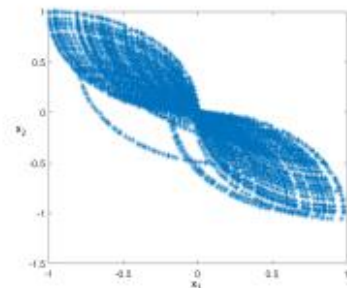
Memetic gen. 10



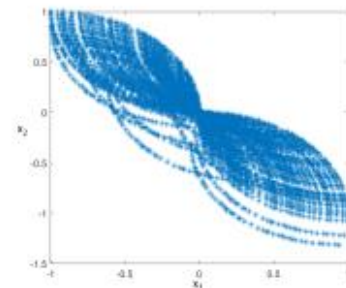
Memetic gen. 15



Memetic gen. 20



Memetic gen. 25



Memetic gen. 50

Red Queen Effect

- Czerwona Królowa do Alicji „*aby utrzymać się w tym samym miejscu, trzeba biec ile sił*”

Lewis Carroll, *Po drugiej stronie lustra*

- *Hipoteza Czerwonej Królowej* - silna konkurencja wymusza stałe zmiany ewolucyjne o charakterze kierunkowym

Leigh van Valen, 1973

Przykłady:

- biologia: lis i królik, żyrafa i akacja, drzewa w lesie
- biznes: rywalizujące firmy

Podsumowanie

- szybsza zbieżność metody memetycznej
- większa stabilność
- lepszy ostateczny wynik
- zastosowanie w czasochłonnych lub kosztownych obliczeniowo problemach

Literatura

- [1] E. Eisenstadt, A. Moshaiov, G. Avigad, J. Branke, *Rationalizable strategies in multi-objective games under undecided objective preferences*, Tech. rep., School of Mechanical Engineering, Tel-Aviv University, 2016.
- [2] E. Eisenstadt, A. Moshaiov, G. Avigad, *Co-evolution of strategies for multi-objective games under postponed objective preferences*, 2015 IEEE Conference on Computational Intelligence and Games (CIG), 2015, pp. 461-468.
- [3] A. Żychowski, A. Gupta, J. Mańdziuk, Y. S. Ong, *Addressing Expensive Multi-objective Games with Postponed Preference Articulation via Memetic Co-evolution*, under review, 2017. <https://arxiv.org/abs/1711.06763>