



Ocena pozycji szachowych w oparciu o wzorce

Stanisław Kaźmierczak

s.kazmierczak@mini.pw.edu.pl



Agenda

- Motywacja
- Statystyki
- Metoda statyczna sortowania ruchów
- Metoda następstwa wzorców
- Metoda podobieństwa pozycji
- Pomysły na dalsze badania



Motywacja

- Intuicyjne rozwiązywanie problemów jest cechą charakterystyczną ludzkiego myślenia
- Mimo czynionych w ostatnim czasie postępów zdolność ta jest wciąż słabo osiągalna przez systemy AI
- Ludzka intuicja pozwala podejmować (sub)optimalne decyzje bez potrzeby analizy wszystkich możliwych działań
- Dodanie ludzkich umiejętności do istniejących systemów AI znacząco zwiększyłoby ich możliwości
- Cel: implementacja konceptu intuicji w dziedzinie szachów
 - Sensowna siła gry jest warunkiem, ale nie celem



Motywacja

Wnioski z kilku badań:

- Skuteczność odtworzenia pozycji (ok. 25 bierek) wśród arcymistrzów wynosiła ok. 93% i malała wraz ze spadkiem umiejętności (de Groot)
- Chase i Simon: wyniki podobne do powyższych, ale różnica zaciera się w przypadku pozycji nierealnych
- Przewaga lepszych graczy nie wynika z lepszej pamięci, ale z percepcyjnego kodowania pozycji, które występują w rozgrywanych przez nich partiach. Odzwierciedla to głębokie rozumienie różnorodnych detali szachowych
- Mistrzowie szachowi używają wzorców, które indeksują jako znaczące struktury w pamięci długotrwałej
- Z każdym wzorcem skojarzony jest ruch, co znacznie redukuje liczbę ruchów potrzebnych do przeanalizowania

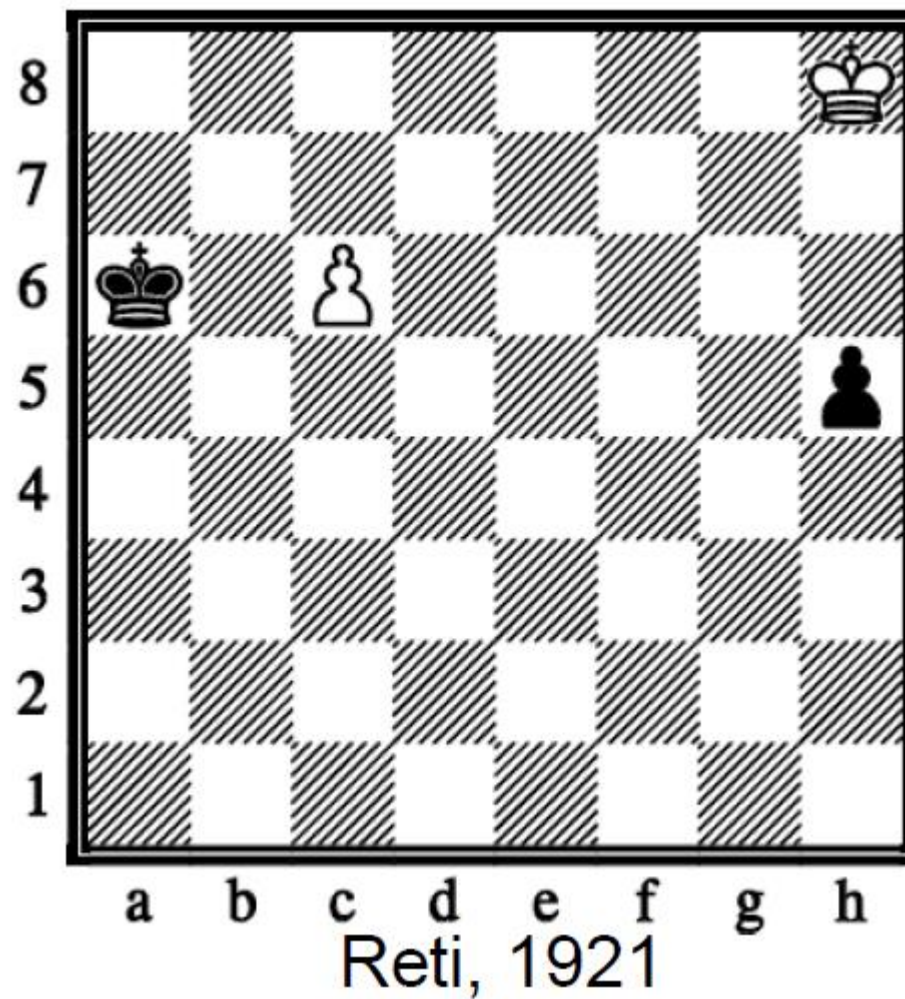


Motywacja

Wnioski z kilku badań (cd.):

- Rozmiar biblioteki wzorców szacuje się u arcymistrzów na 300 – 500 tysięcy
- Większy stopień uwagi na istotnych bierkach w przypadku zaawansowanych graczy
- Badanie zdolności wykrywania szacha wykazało, że umiejętności szachowe są dużo bardziej związane z doświadczeniem graczy niż ogólnymi zdolnościami percepcyjnymi
- Silni gracze potrafią równolegle ekstrahować z pozycji kilka figur, które razem tworzą istotny wzorzec lub stanowią jego część

Człowiek a maszyna





Wzorzec a ustawienie

- Ustawienie – dowolne usytuowanie pewnego zbioru figur na szachownicy
- Wzorzec – zbiór figur, między którymi występuje jakaś zależność
- Ściślej: zbiór figur tworzy wzorzec, jeśli każda z figur jest związana z którákolwiek z pozostałych co najmniej jedną z zależności:
 - Są odległe o nie więcej niż dwa pola
 - Jedna atakuje lub broni drugą
 - Figury atakują to samo pole
 - Figury atakują sąsiednie pole
- Wzorce ekstrahowane są z gry środkowej (między 15 a 35 ruchem)
- Kodowanie: za pomocą liczby typu *long*
 - Aby zakodować jedną figurę używane są dwie cyfry do określenia pozycji na szachownicy i dwie cyfry do określenia typu figury
 - Zatem dla wzorców trzyfigurowych potrzeba 12 cyfr

Statystyki

- Korelacja wzorców dwufigurowych

ELO	> 2500	2200 - 2400	1800 - 2000	1400-1600	1000-1200
> 2500	1	0,869	0,804	0,796	0,751
2200 - 2400	0,869	1	0,824	0,819	0,771
1800 - 2000	0,804	0,824	1	0,863	0,828
1400-1600	0,796	0,819	0,863	1	0,844
1000-1200	0,751	0,771	0,828	0,844	1

- Korelacja wzorców trzyfigurowych

ELO	> 2500	2200 - 2400	1800 - 2000	1400-1600	1000-1200
> 2500	1	0,747	0,673	0,626	0,609
2200 - 2400	0,747	1	0,675	0,64	0,617
1800 - 2000	0,673	0,675	1	0,728	0,701
1400-1600	0,626	0,64	0,728	1	0,691
1000-1200	0,609	0,617	0,701	0,691	1

Statystyki

Zbiór treningowy: 50 000 partii (ok. 1,9M pozycji)

	3-fig. ustawienia	3-fig. wzorce	4-fig. ustawienia	4-fig. wzorce
L. wystąpień	3 543 059 888	2 059 789 952	19 272 670 497	12 371 841 042
Liczba wzorców	16 964 437	14 800 027	397 119 090	348 462 013
>= 2	14 705 925	12 700 228	314 358 537	272 356 793
>= 5	10 895 771	9 210 132	195 620 758	164 566 967
>= 10	8 295 626	6 870 710	127 621 268	104 398 429
>= 20	5 988 304	4 846 504	78 098 803	62 067 325
>= 50	3 702 132	2 895 809	39 600 953	30 233 275
>= 100	2 480 641	1 882 055	23 047 411	16 987 428
>= 200	1 609 704	1 178 040	12 965 317	9 170 718
>= 500	855 822	591 268	5 661 020	3 744 062
>= 1000	502 174	330 631	2 838 547	1 754 261
>= 2000	279 577	173 907	1 328 041	746 183
>= 5000	117 009	64 989	423 591	194 306
>= 10000	55 482	26 405	153 204	55 937



Metoda statyczna

- Proces nauki: iterowanie po pozycjach i sumowanie wzorców
- Efektem jest mapa, której kluczami są wzorce, a wartościami liczby ich wystąpień
- Proces testowania: ocena każdego ruchu na podstawie liczności wzorców na szachownicy po wykonaniu ruchu
- Różne funkcje oceny, nie tylko liniowe
- Liczność rozumiana dwojako: sumarycznie po pozycjach lub po partiach (maksymalnie tyle wzorców ile partii)
- Problem: stagnacja, program nie chce likwidować licznych wzorców
- Wyniki o kilka procent lepsze od losowych



Metoda następstwa wzorców

Motywacja oraz przyjęte założenia

- Każdy ruch powoduje, że część wzorców znika, część (większość) wzorców się nie zmienia oraz że pojawiają się nowe wzorce
- Wzorce, które się nie zmieniają nie odgrywają w tej metodzie roli
- Istotą jest to, że zawodnik wykonując ruch chce zlikwidować pewne wzorce i/lub stworzyć inne.
- Analizując możliwe do wykonania ruchy w pozycji testowej program ma za zadanie stwierdzić, który z nich najbardziej przypomina zmiany (zniknięcie jednych wzorców oraz pojawienie się innych) związane z ruchami wykonywanymi w procesie nauki

Metoda *następstwa wzorców*

Proces nauki

- Każdy ruch r powoduje, że pewne wzorce znikają (ozn. P), a pojawiają się nowe (ozn. N).
- Algorytm

Dla każdego ruchu r

 Dla każdego p należącego do P

 Otwórz plik odpowiadający p

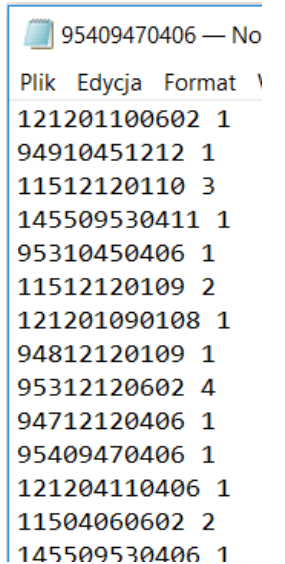
 Dla każdego n należącego do N

 Jeśli w pliku istnieje wpis z wzorcem n

 Zwiększ liczbę jego wystąpień o 1

 Wpp.

 Dodaj do pliku wpis z wzorcem n i liczbą wystąpień równą 1



95409470406 — No

Plik	Edycja	Format	
121201100602			1
94910451212			1
11512120110			3
145509530411			1
95310450406			1
11512120109			2
121201090108			1
94812120109			1
95312120602			4
94712120406			1
95409470406			1
121204110406			1
11504060602			2
145509530406			1

Metoda *następstwa wzorców*

Proces testowania

- Dla każdego możliwego w danej pozycji ruchu wyznaczany jest zbiór P i N . Na ich podstawie obliczana jest ocena danego ruchu. Ranking ruchów tworzony jest w oparciu o ocenę ruchu. Im wyższa ocena, tym wyższa pozycja danego ruchu w rankingu.
- Algorytm

```
valuesExternal = {}
```

```
Dla każdego  $p$  należącego do  $P$ 
```

```
    valuesInternal = {}
```

```
    Otwórz plik odpowiadający  $p$ 
```

```
    Dla każdego  $n$  należącego do  $N$ 
```

```
        Jeśli wzorzec  $n$  występuje w pliku
```

```
            Dodaj do valuesInternal nowy element będący liczbą  
            wystąpień wzorca  $n$  zacytaną z pliku
```

```
        Wpp.
```

```
        Dodaj do valuesInternal nowy element mający wartość 0
```

```
        Oblicz wybraną statystykę dla valuesInternal i dodaj ją do valuesExternal
```

```
Oblicz wybraną statystykę dla valuesExternal. Jest to finalna ocena danego ruchu
```

95409470406	No		
Plik	Edycja	Format	\
121201100602	1		
94910451212	1		
11512120110	3		
145509530411	1		
95310450406	1		
11512120109	2		
121201090108	1		
94812120109	1		
95312120602	4		
94712120406	1		
95409470406	1		
121204110406	1		
11504060602	2		
145509530406	1		



Metoda *następstwa wzorców*

- Statystyki stosowane na poziomie *valuesInternal*
 - Suma
 - Średnia
 - Mediana
 - Maksimum
 - *SuccessRate* – sumaryczna liczba wystąpień wzorców z N w danym pliku dzielona przez sumaryczną liczbę wystąpień wszystkich wzorców w danym pliku
 - Trzeci kwartył
- Statystyki stosowane na poziomie *valuesExternal*
 - Suma
 - Średnia
 - Mediana
 - Maksimum
 - Minimum

Metoda *następstwa wzorców*

	Suma w plikach	Średnia w plikach	Mediana w plikach	Maksimum w plikach	Success Rate	Trzeci kwartył w plikach
Suma po plikach	12,81	13,22	12,55	13,89	10,19	12,86
Średnia po plikach	13,98	14,74	13,62	15,43	10,14	14,17
Mediana po plikach	13,62	14,51	14,31	14,99	10,88	13,23
Maksimum po plikach	14,03	14,71	13,83	15,4	10,45	13,9
Minimum po plikach	13,95	13,99	13,99	14,02	13,86	13,91

- Tabela przedstawia średni ranking optymalnego ruchu wskazany przez program
- Średnia liczba możliwych ruchów: 32.61
- Średni ranking losowego ruchu: 16.80

Giraffe

Table 4: Move prediction results (all move types)

Predicted Rank of Actual Best Move	Frequency (%)	Cumulative Frequency (%)
0	45.73	45.73
1	15.95	61.68
2	7.91	69.59
3	5.18	74.77
4	3.71	78.48
5	3.00	81.48
6	2.38	83.86
7	1.77	85.63
8	1.86	87.49
9	1.35	88.84
10	1.54	90.38
Below 10th	9.62	100.00

Uwagi:

- Uwzględniane są wszystkie ruchy (również z debiutów i końcówek)
- Testowane względem ruchu *optymalnego*

Giraffe

Table 5: Move prediction results (quiet moves)

Predicted Rank of Actual Best Move	Frequency (%)	Cumulative Frequency (%)
0	28.37	28.37
1	15.97	44.35
2	11.03	55.38
3	7.99	63.37
4	5.94	69.31
5	4.01	73.32
6	3.59	76.91
7	3.13	80.05
8	2.86	82.90
9	2.45	85.35
10	1.99	87.34
Below 10th	12.66	100.00

Uwaga: w pomiarze nie są uwzględniane łatwe ruchy, które prowadziły do zdobycia/odbicia materiału

Metoda *następstwa wzorców*

	Suma w plikach	Średnia w plikach	Mediana w plikach	Maksimum w plikach	Success Rate	Trzeci kwartył w plikach
Suma po plikach	29,5	27,5	27,8	23,8	41,3	28,8
Średnia po plikach	25,3	21,8	24,3	20,5	38,8	25
Mediana po plikach	26	23	22,8	21,8	37,3	24,5
Maksimum po plikach	25	20,8	24,3	19,3	38,3	25,8
Minimum po plikach	26,3	25	25,3	25	26,3	26,5

- Tabela przedstawia procentowy udział ruchu optymalnego w TOP5, czyli pięciu najwyżej ocenianych przez program ruchach

Metoda *następstwa wzorców*

	Suma w plikach	Średnia w plikach	Mediana w plikach	Maksimum w plikach	Success Rate	Trzeci kwartył w plikach
Suma po plikach	51,5	49,8	54,3	46,5	61	52,5
Średnia po plikach	46,3	42	47,8	37,5	61,3	44
Mediana po plikach	47,3	43,8	45,3	41,5	58,5	49,8
Maksimum po plikach	44,8	42,5	45,8	38,8	59,5	45
Minimum po plikach	44,3	43,8	43,8	43,5	44,3	44,3

- Tabela przedstawia procentowy udział ruchu optymalnego w TOP10, czyli dziesięciu najwyżej ocenianych przez program ruchach

Metoda *następstwa wzorców*

	Suma w plikach	Średnia w plikach	Mediana w plikach	Maksimum w plikach	Success Rate	Trzeci kwartył w plikach
Suma po plikach	51,5	49,8	54,3	46,5	61	52,5
Średnia po plikach	46,3	42	47,8	37,5	61,3	44
Mediana po plikach	47,3	43,8	45,3	41,5	58,5	49,8
Maksimum po plikach	44,8	42,5	45,8	38,8	59,5	45
Minimum po plikach	44,3	43,8	43,8	43,5	44,3	44,3

TOP10 bez ucinania

	Suma w plikach	Średnia w plikach	Mediana w plikach	Maksimum w plikach	Success Rate	Trzeci kwartył w plikach
Suma po plikach	49,8	47,8	48,3	46,5	57,8	51,3
Średnia po plikach	45	41,8	44,3	38,3	56,5	44,3
Mediana po plikach	48,5	45	45	42	51	49,3
Maksimum po plikach	45,3	42,3	43,8	38,5	56,5	45,3
Minimum po plikach	45	45	45	45	45	45

TOP10 z progiem odcięcia równym 15



Metoda podobieństwa pozycji

- W procesie nauki tworzymy pliki odpowiadające wszystkim wykonanym lub możliwym do wykonania ruchom z partii ze zbioru treningowego
- Unikalny ruch zdefiniowany jest przez piątkę:
 - Figura wykonująca ruch
 - Pole ,z'
 - Pole ,do'
 - Figura bita
 - Figura, na którą jest promowany pionek
- Rodzajów wykonanych ruchów jest ok. 25 tys., a uwzględniając ruchy możliwe do wykonania - ok. 35 tys.
- Teoretyczna wartość możliwych ruchów: 45 – 50 tys.

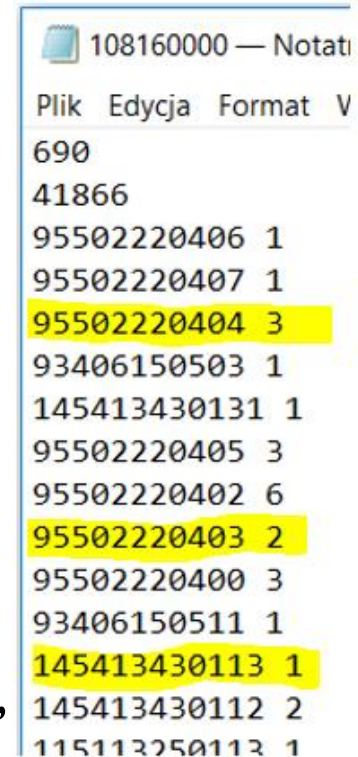


Metoda podobieństwa pozycji

- W procesie nauki dla każdego ruchu dodajemy do pliku wszystkie wzorce występujące w pozycji przed wykonaniem ruchu. W ten sposób plik odpowiadający danemu ruchowi będzie posiadał zakumulowane wzorce, które występowały przed danym ruchem.
- Dla zagrane ruchu aktualizowany jest licznik mówiący o tym, ile razy został on wykonany
- Ponadto dla każdego ruchu (wykonanego oraz możliwych do wykonania) aktualizowany jest licznik mówiący o tym, ile razy ruch mógł zostać potencjalnie wykonany
- W procesie testowania dla danej pozycji otwieramy pliki odpowiadające możliwym ruchom i patrzymy, do którego z nich jest najbardziej zbliżona dana pozycja (zasadnicza kwestia: co to znaczy zbliżona?)
- Niewątpliwymi zaletami w porównaniu do metody następstwa wzorców jest prostota oraz złożoność obliczeniowa i pamięciowa

Metoda podobieństwa pozycji

- W procesie testowania z każdym ruchem skojarzone są następujące wartości/zbiory wartości:
 - k – ile razy ruch został wykonany
 - n – ile razy ruch mógł zostać wykonany
 - P – zbiór wartości odpowiadający wszystkim wzorcom z pliku
 - D – zbiór wartości odpowiadający tym wzorcom z pliku, które wystąpiły w danej pozycji (D jest podzbiorem P). Zbiór D jest uzupełniany tyloma zerami, ile jest wzorców występujących w pozycji, a nie posiadających mapowania w pliku



108160000 — Notatnik			
Plik	Edycja	Format	V
690			
41866			
95502220406		1	
95502220407		1	
95502220404		3	
93406150503		1	
145413430131		1	
95502220405		3	
95502220402		6	
95502220403		2	
95502220400		3	
93406150511		1	
145413430113		1	
145413430112		2	
115113250113		1	

Metoda podobieństwa pozycji

Suma(D)	Mediana(D)	Max(D)	Suma(D)/ Suma(P)	Trzeci kwartyl (D)	k	Max(D)/ Max(P)	k/n	(Suma(D)/Suma(P)) * (k/n)
16,39	16,31	16,99	11,74	15,29	17,85	15,3	9,39	9,02

- Tabela przedstawia średni ranking optymalnego ruchu wskazany przez program
- Średnia liczba możliwych ruchów: 32.61
- Średni ranking losowego ruchu: 16.80

Metoda podobieństwa pozycji

	Suma(D)	Mediana(D)	Max(D)	Suma(D)/ Suma(P)	Trzeci kwartył (D)	k	Max(D)/ Max(P)	k/n	(Suma(D)/Suma(P)) * (k/n)
/1	16,39	16,31	16,99	11,74	15,29	17,85	15,3	9,39	9,02
/k	11,76	12,69	12,83	14,71	13,02	13,02	15,43	12,93	12,38
/k ^{0.975}	11,71	12,67	12,71	14,69	12,93	17,85	15,44	12,88	12,33
/k ^{0.95}	11,58	12,61	12,7	14,67	12,86	17,85	15,43	12,78	12,29
/Suma(P)	11,74	12,67	13,16	14,82	12,95	17,09	15,46	12,98	12,58
/Suma(P) ^{0.975}	11,49	12,58	13,17	14,81	12,88	17,37	15,46	12,92	12,52
/Suma(P) ^{0.95}	11,33	12,53	13,08	14,79	12,79	17,61	15,44	12,88	12,47

- Tabela przedstawia średni ranking optymalnego ruchu wskazany przez program
- Średnia liczba możliwych ruchów: 32.61
- Średni ranking losowego ruchu: 16.80

Metoda podobieństwa pozycji

	Suma(D)	Mediana(D)	Max(D)	Suma(D)/ Suma(P)	Trzeci kwartył (D)	k	Max(D)/ Max(P)	k/n	(Suma(D)/Suma(P)) * (k/n)
/1	21,3	21,3	19,8	35,3	22	16,5	22,5	49,3	51,5
/k	37,8	32,8	35,5	28,5	31,8	31,8	26,5	39,8	40,5
/k ^{0.975}	37	33	35,5	28,8	32,5	16,5	26,5	40	40,3
/k ^{0.95}	38,5	32,8	35,8	28,8	32	16,5	26,5	39,8	40,3
/Suma(P)	35,3	32,3	27,5	27	33,3	21	26	38	38
/Suma(P) ^{0.975}	37	32,5	28	27,3	34	20,8	26	38	38
/Suma(P) ^{0.95}	37,3	33	28,3	27,5	34,5	18,5	26,3	38	37,8

- Tabela przedstawia procentowy udział ruchu optymalnego w TOP5, czyli pięciu najwyżej ocenianych przez program ruchach

Metoda podobieństwa pozycji

	Suma(D)	Mediana(D)	Max(D)	Suma(D)/ Suma(P)	Trzeci kwartył (D)	k	Max(D)/ Max(P)	k/n	(Suma(D)/Suma(P)) * (k/n)
/1	38	37,8	36	55,8	41,8	32	39,5	63,8	65,5
/k	58,5	54	49,5	43,8	51,5	51,5	42,3	48,5	50,8
/k ^{0.975}	58	53,8	50,3	43,8	52,3	32	42,5	49,5	51,5
/k ^{0.95}	57	53,5	50	43,8	52,5	32	42,5	49,8	51,8
/Suma(P)	55,8	50,8	49,3	43,5	49,8	34	42	49,8	51
/Suma(P) ^{0.975}	56,8	51,3	48,3	43,5	50	33,5	42	50,5	51
/Suma(P) ^{0.95}	58,8	51,5	47	43,5	51,3	33,3	42	51	51

- Tabela przedstawia procentowy udział ruchu optymalnego w TOP10, czyli dziesięciu najwyżej ocenianych przez program ruchach

Metoda podobieństwa pozycji

	Suma(D)	Mediana(D)	Max(D)	Suma(D)/ Suma(P)	Trzeci kwartył (D)	k	Max(D)/ Max(P)	k/n	(Suma(D)/Suma(P)) * (k/n)
/1	37,3	36,8	36,0	50,0	40,0	32,0	38,5	62,0	64,3
/k	53,3	46,0	46,5	41,8	47,0	47,0	40,3	47,5	50,3
/k ^{0.975}	52,5	46,0	47,3	42,0	47,5	32,0	40,3	47,5	50,0
/k ^{0.95}	53,8	46,5	48,3	42,3	47,8	32,0	40,3	48,5	51,0
/Suma(P)	50,0	47,0	44,5	42,0	47,0	32,3	39,5	48,8	49,0
/Suma(P) ^{0.975}	51,8	47,5	44,0	42,3	46,8	30,8	39,5	49,0	49,3
/Suma(P) ^{0.95}	51,8	47,8	44,8	42,0	47,0	31,5	39,5	49,0	49,5

TOPI0, nauka na 6 tys. partii (ok. 220 tys. ruchów)

	Suma(D)	Mediana(D)	Max(D)	Suma(D)/ Suma(P)	Trzeci kwartył (D)	k	Max(D)/ Max(P)	k/n	(Suma(D)/Suma(P)) * (k/n)
/1	38	37,8	36	55,8	41,8	32	39,5	63,8	65,5
/k	58,5	54	49,5	43,8	51,5	51,5	42,3	48,5	50,8
/k ^{0.975}	58	53,8	50,3	43,8	52,3	32	42,5	49,5	51,5
/k ^{0.95}	57	53,5	50	43,8	52,5	32	42,5	49,8	51,8
/Suma(P)	55,8	50,8	49,3	43,5	49,8	34	42	49,8	51
/Suma(P) ^{0.975}	56,8	51,3	48,3	43,5	50	33,5	42	50,5	51
/Suma(P) ^{0.95}	58,8	51,5	47	43,5	51,3	33,3	42	51	51

TOPI0, nauka na 18 tys. partii (ok. 660 tys. ruchów)



Pomysły na dalsze badania

- Badanie oceny ruchu w kontekście podobieństwa pozycji testowej do zakumulowanych wzorców w plikach
 - Inne statystyki, w szczególności te łączące prawdopodobieństwo z dopasowaniem wzorców
 - Miary normalizacji rozwiązujące problem różnej częstotliwości ruchów
 - Wprowadzenie współczynnika ufności zapobiegający przesadnie wysokiej ocenie ruchu, który w treningu był wykonywany rzadko
 - Nietrywialne funkcje oceny, np. sieć neuronowa
- Trening na większej liczbie partii
- Wprowadzenie progu w celu wyeliminowania szumu (rzadkie wzorce nie będą rozpatrywane)
 - Jak ucinać?
- Badanie: czy wzorce o takiej samej relacji figur, ale innym położeniu bezwzględny zachowują się podobnie?



Pomysły na dalsze badania

- Wzorce 4-ro figurowe
 - Jak zdefiniować zależności między figurami? Wystarczy, aby graf był spójny czy może jedna figura powinna mieć zależność ze wszystkimi?
- Wzorce negatywne na podstawie ruchów, których nie wykonano
 - Wiedza w jakich okolicznościach danego ruchu nie wykonywać
- Analogiczne badania na partiach komputerów
 - Odchodzi czynnik ludzki
 - Niwelujemy problem mimo wszystko dość szerokiego przedziału rankingu (2500 – 2850 ELO)
 - Teoretycznie komputery mogą nie tworzyć wzorców
 - Czy zbiorem uczącym mogą być partie komputerowe skoro chcemy uczyć maszynę symulować człowieka?
 - Ale z drugiej strony ludzie też uczą się z partii komputerów

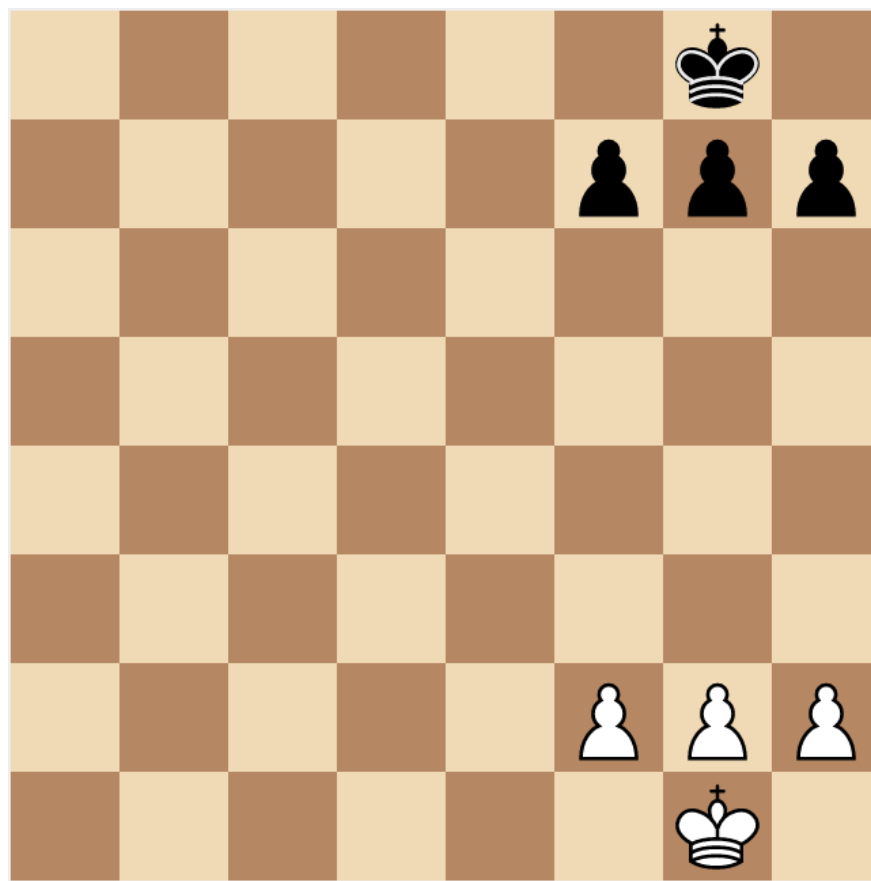


Pomysły na dalsze badania

- Pół/jednoruchowe przeszukiwania (lub algorytm kontroli pola) w celu uniknięcia prostych podstawek ze swojej strony/wykorzystania podstawek przeciwnika
- Połączenie metody następstwa wzorców i metody podobieństwa pozycji
 - Metoda następstwa wzorców bierze pod uwagę tylko to, co się zmienia w wyniku ruchu
 - Metoda podobieństwa pozycji uwzględnia również te wzorce, które się nie zmieniają
- Zastosowanie metody podobieństwa pozycji do debiutów/końcówek
- Definicja wzorca
 - Czy nie uwzględniać pozycji króli?
 - Oddalony pionek zmierzający do promocji lub niektóre wzorce dwufigurowe – obecnie nie są rozpatrywane, a zdecydowanie są motywami, do których człowiek wykorzystuje intuicję

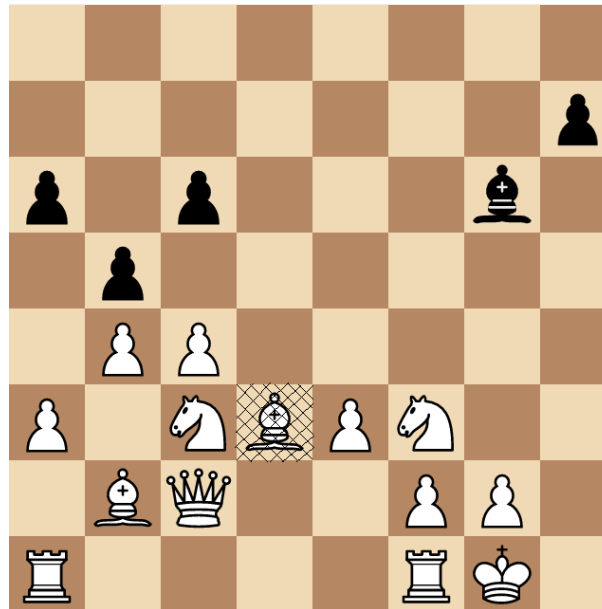
Pomysły na dalsze badania

- Definicja wzorca cd.
 - Być może zbyt łagodna definicja



Pomysły na dalsze badania

- Definicja wzorca cd.
 - Definiowanie zależności między figurami



- Kilkanaście wzorców z Hc2, Gg6, ale bez Gd3 – czy nie jest mylące?
- Z drugiej strony Hc2 i pion h7 nie wystąpią w żadnym wzorcu



Dziękuję za uwagę