

# Ograniczona racjonalność w grach

Adam Żychowski

*„Życie jest grą, w której bez względu na wybraną strategię wynik jest z góry znany.”*

# Rational man

- ▶ pełna wiedza o problemie
- ▶ jasno sprecyzowane preferencje i cele
- ▶ odpowiednie umiejętności do znajdowania optymalnych rozwiązań
- ▶ nieskończone zasoby pamięciowe, obliczeniowe

# Idea ograniczonej racjonalności

## bounded rationality

- ▶ idea: Herbert Simon 1957 - *Models of Man* <sup>[1]</sup>
- ▶ wzrost zainteresowania w latach 90'

Alternatywne nazwy:

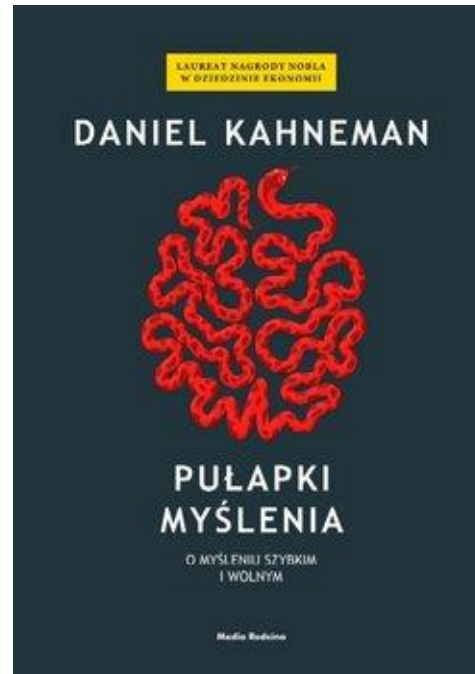
limited intelligence, finite intelligence, incomplete rationality, limited rationality, administrative rationality, approximate rationality, finite rationality, constrained rationality, restricted rationality

Tematy pokrewne:

behavioural economics, human adversary, behavioral decision-making, cognitive science

# Ograniczona racjonalność

- ▶ bounded rationality  $\neq$  irrationality
- ▶ bounded rationality  $\neq$  optimization under constraints [5]
- ▶ bounded rationality - nieoptymalny wybór ze względu na ograniczone możliwości poznawcze:
  - ▶ *niepełna wiedza o problemie*
  - ▶ *zbyt małe „zasoby obliczeniowe” (pamięć, czas obliczeń)*
  - ▶ *niejasno sprecyzowany cel*



- ▶ *Pułapki myślenia. O myśleniu szybkim i wolnym.  
Thinking, Fast and Slow.*

# Dwa systemy



17x24

# Dwa systemy

## SYSTEM 1

- działa w sposób szybki, automatyczny
- bez wysiłku
- brak świadomej kontroli
- podejmowanie codziennych decyzji
- narażony na błędy poznawcze

## SYSTEM 2

- wolny
- wymuszone działanie
- pełna kontrola, swobodny wybór
- trudne decyzje, obliczenia, skupienie
- wiarygodny

# Dwa systemy

## SYSTEM 1

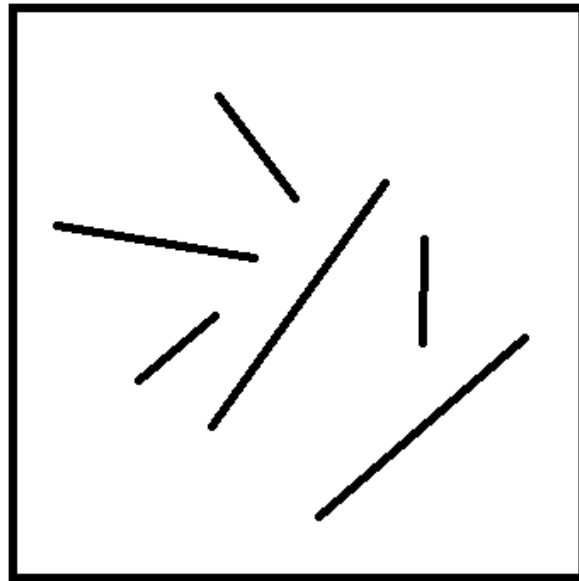
- wykrywanie, że jeden przedmiot jest dalej niż drugi
- odwracanie głowy w kierunku źródła nagłego dźwięku
- dokończenie zwrotu „chleb z...”
- robienie zdeglustowanej miny na widok obrzydliwego zdjęcia
- wykrywanie wrogości w czyimś głosie
- odpowiedź na pytanie:  $2 + 2 = ?$
- odczytywanie wyrazów na dużych reklamach
- znajdowanie trafnych posunięć szachowych (mistrz szachowy)

## SYSTEM 2

- szukanie wzrokiem kobiety z siwymi włosami
- utrzymywanie szybkiego tempa marszu
- liczenie, ile razy w tekście występuje litera A
- parkowanie w ciasnym miejscu
- ogólne porównanie zalet i wad dwóch różnych pralek
- wypełnianie deklaracji podatkowej
- badanie prawidłowości złożonego wyrażenia logicznego



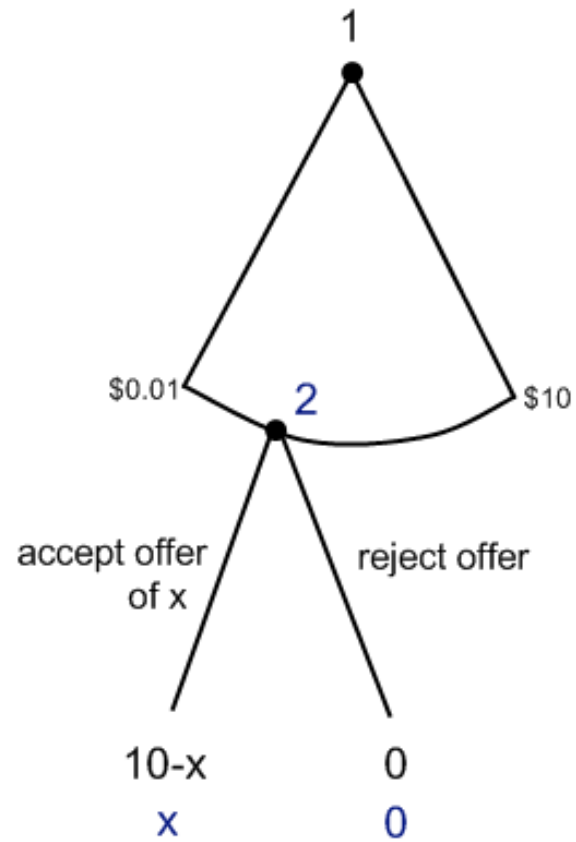
# Dwa systemy



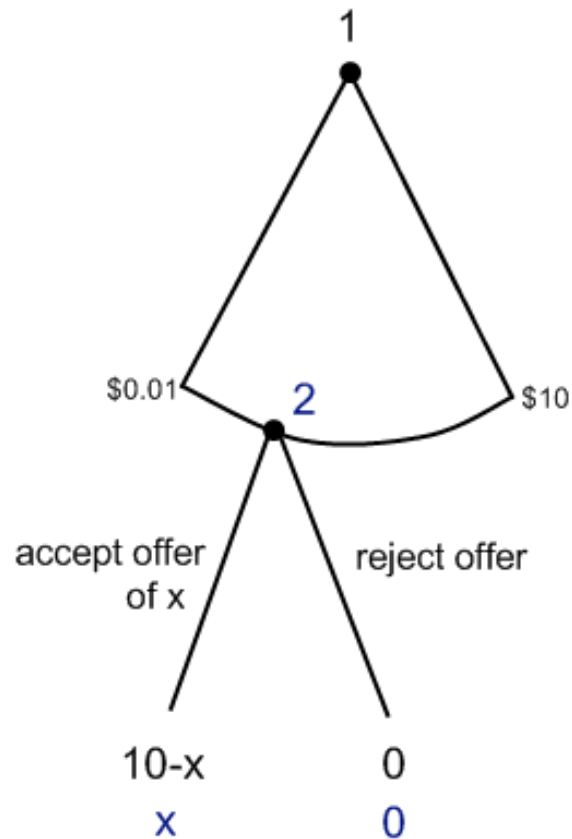
# Dwa systemy

Kij do bejsbola i piłka kosztują razem 1 dolara i 10 centów.  
Kij kosztuje o dolara więcej niż piłka.  
Ile kosztuje piłka?

# Ultimatum game



# Ultimatum game

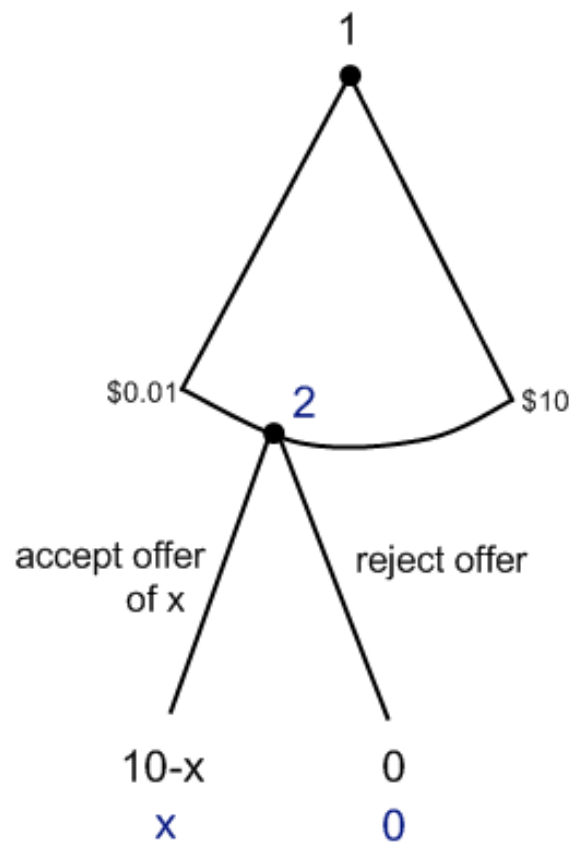


Równowaga Nasha:

Gracz 1: oferta 0.01\$

Gracz 2: akceptacja oferty

# Ultimatum game



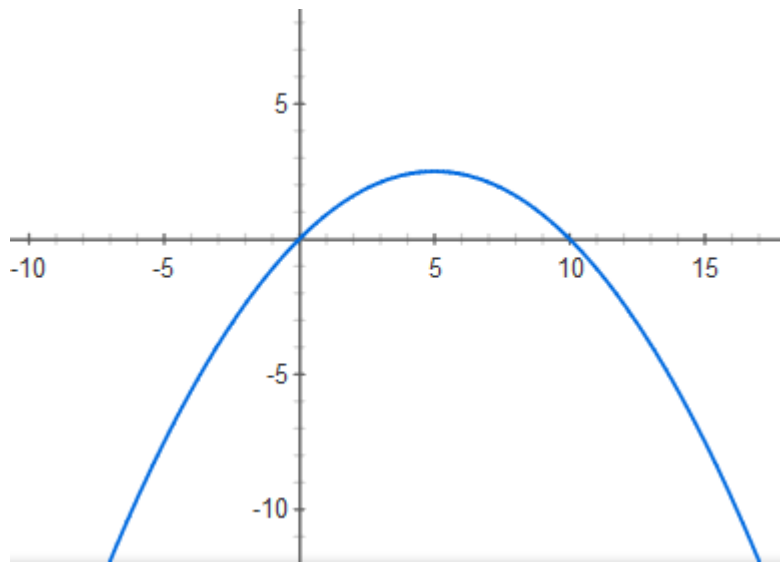
Równowaga Nasha:  
Gracz 1: oferta 0.01\$  
Gracz 2: akceptacja oferty



# Ultimatum game

Możliwe rozwiązanie:

- ▶ Gracz 1 zakłada niepełną racjonalność gracza 2 i przyjmuje, że prawdopodobieństwo przyjęcia oferty  $x$  jest  $0.1x$
- ▶ Wtedy oczekiwana wypłata gracza 1 to  $0.1x \cdot (10-x)$  i powinien on wybrać ofertę  $x=5$



<i>A</i>	Color	white	red	green	yellow
	Probability (%)	90	6	1	3
	Prize (\$)	0	45	30	-15
<i>B</i>	Color	white	red	green	yellow
	Probability (%)	90	7	1	2
	Prize (\$)	0	45	-10	-15

<i>C</i>	Color	white	red	green	blue	yellow
	Probability (%)	90	6	1	1	2
	Prize (\$)	0	45	30	-15	-15
<i>D</i>	Color	white	red	green	blue	yellow
	Probability (%)	90	6	1	1	2
	Prize (\$)	0	45	45	-10	-15



# Upraszczanie problemu

A	Color	white	red	green	yellow
	Probability (%)	90	6	1	3
	Prize (\$)	0	45	30	-15
B	Color	white	red	green	yellow
	Probability (%)	90	7	1	2
	Prize (\$)	0	45	-10	-15

C	Color	white	red	green	blue	yellow
	Probability (%)	90	6	1	1	2
	Prize (\$)	0	45	30	-15	-15
D	Color	white	red	green	blue	yellow
	Probability (%)	90	6	1	1	2
	Prize (\$)	0	45	45	-10	-15

- rozważenie tylko podzbioru możliwych strategii

# $\epsilon$ -optimality

- ▶ wybór dowolnej strategii, która będzie od optymalnej różniła się o co najwyżej epsilon
- ▶ gracz 2 (z ograniczoną racjonalnością) wybiera strategię, która będzie nie gorsza niż  $\epsilon$  od strategii optymalnej (której nie zna)
- ▶ gracza 1 umie policzyć, które strategie są  $\epsilon$  optymalne i wybiera tę strategię, dla której najgorsza (z jego perspektywy) ze strategii  $\epsilon$  optymalnych przeciwnika będzie najlepsza

		Gracz 2		
		1	2	3
Gracz 1	A	(5,4)	(2,2)	(0,3)
	B	(1,2)	(3,3)	(-1,1)

# *fixed value*

- ▶ nieważne jaka jest wypłata optymalna, ważne, aby wypłata gracza 2 była wyższa niż założona wartość
- ▶ strategia gracza 1 analogicznie jak w przypadku  $\epsilon$  optimality

		Gracz 2		
		1	2	3
Gracz 1	A	(5,4)	(2,2)	(0,3)
	B	(1,2)	(3,3)	(-1,1)

# *quantal response*

prawdopodobieństwo wyboru strategii proporcjonalne do wartości wypłaty

$$q_i(x) = \frac{e^{\lambda U_i^a(x)}}{\sum_{t_k \in T} e^{\lambda U_k^a(x)}}$$

$\lambda = 0$  - losowy wybór strategii

$\lambda \rightarrow \infty$  - w pełni racjonalny (wybór najlepszej strategii)

# Kotwice

- ▶ Czy Gandhi miał w chwili śmierci mniej czy więcej niż 144 lata?
- ▶ Ile lat miał Gandhi w chwili śmierci?

# Kotwice

- ▶ Jak jest wynik mnożenia

$$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8$$

# Kotwice

- ▶  $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8$ . Mediana: 512.
- ▶  $8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$ . Mediana: 2250.

Prawdziwa wartość mnożenia to 40320.

- ▶ Kolejność lub sposób podania tych samych informacji ma znaczenie

# *Teoria zakotwiczenia*

## *anchoring theory*

- ▶ ludzie postrzegają prawdopodobieństwa pewnych zdarzeń jako bardziej zbliżone do siebie niż w rzeczywistości

$$P(x') = \alpha(1/|X|) + (1 - \alpha)P(x)$$



# *Teoria perspektywy*

## *prospect theory*

- ▶ Co wybierasz?  
Dostajesz \$900 na pewno.  
LUB  
Masz 90% szans, że wygrasz \$1 000.
  
- ▶ Co wybierasz?  
Tracisz \$900 na pewno.  
LUB  
Istnieje prawdopodobieństwo wynoszące 90%, że stracisz \$1 000

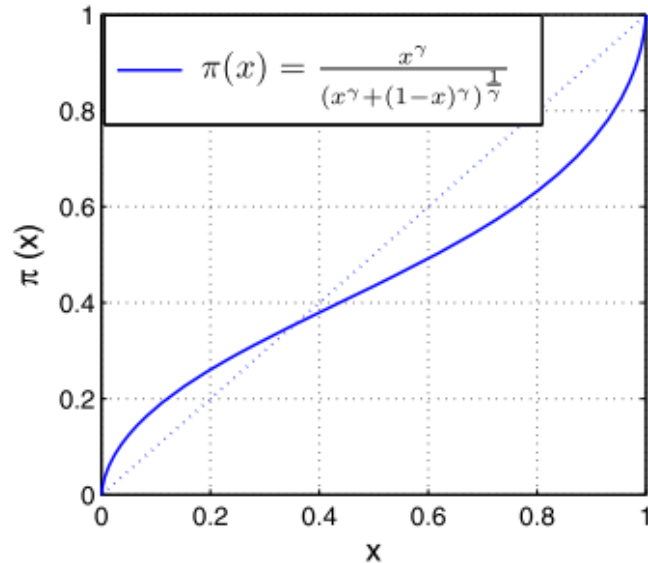
# *Teoria perspektywy*

*prospect theory*

- ▶ Zaproponowano ci zakład w formie rzutu monetą.  
Reszka oznacza stratę \$100.  
Orzeł oznacza wygraną \$120.
- ▶ Czy zgodzisz się na niego?

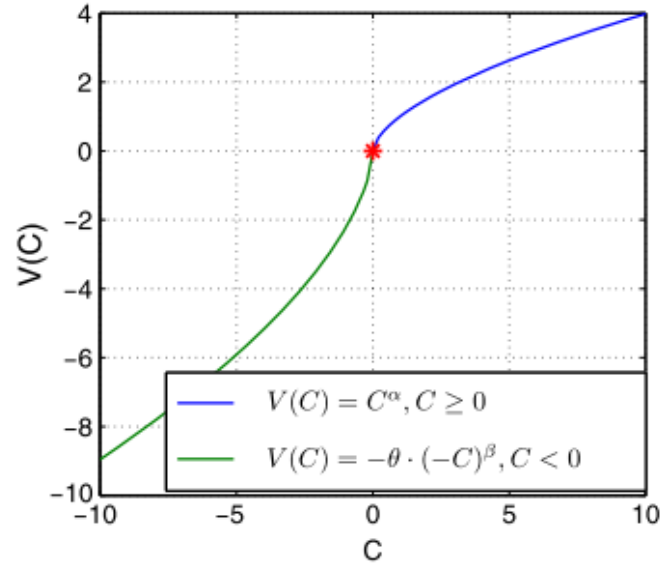
# Teoria perspektywy

## prospect theory



(a) weighting function

$$\pi(x) + \pi(1-x) \leq 1$$



(b) value function

$$\sum_l \pi(x_l) V(C_l)$$

- ▶ niechęć do ponoszenia strat, ryzyka
- ▶ niedoszacowanie wysokich prawdopodobieństw
- ▶ przeszacowywanie niskich prawdopodobieństw

# Prawo małych liczb

- ▶ Badanie zapadalności na raka nerek przeprowadzone we wszystkich 3141 hrabstwach Stanów Zjednoczonych ujawniło pewną dziwną prawidłowość. Zapadalność okazała się najniższa głównie na wiejskich, rzadko zaludnionych obszarach stanów Środkowego Zachodu, Zachodu i Południa, gdzie tradycyjnie głosuje się na Partię Republikańską. Jak należy to interpretować?

# Inne modele

- ▶ incomplete information about alternatives - znany jest tylko podzbiór możliwych zachowań/strategii
- ▶ utilities approximation - znana jest jedynie przybliżona wartość wypłaty (i ewentualnie informacja jak niedokładne oszacowanie może to być)
- ▶ limited memory (np. imperfect recall) - „zapominanie” wcześniejszego przebiegu gry/decyzji
- ▶ crazy perturbation - gracz gra optymalnie, ale z małym prawdopodobieństwem może wykonać jakiś "szalony" ruch

# Podsumowanie

- ▶ mnogość teorii (czasami sprzecznych)
- ▶ brak twardych podstaw matematycznych
- ▶ wybór modelu zależny od problemu (jednocześnie brak wskazówek/prac, który model użyć w jakiej sytuacji)
- ▶ konieczność udziału ludzi w ewaluacji algorytmu
  
- ▶ inspiracja do tworzenia i ulepszania algorytmów uczenia maszynowego

# Bibliografia

- [1] Simon, Herbert A. "Models of man; social and rational." (1957).
- [2] Kahneman, Daniel. "Maps of bounded rationality: Psychology for behavioral economics." *American economic review* 93.5 (2003): 1449-1475.
- [3] Gigerenzer, Gerd. "Fast and frugal heuristics: The tools of bounded rationality." *Blackwell handbook of judgment and decision making* 62 (2004): 88.
- [4] Kahneman, Daniel. *Thinking, fast and slow. (Pułapki myślenia. O myśleniu szybkim i wolnym)* Macmillan, 2011.
- [5] Gigerenzer, Gerd, and Reinhard Selten, eds. *Bounded rationality: The adaptive toolbox*. MIT press, 2002.
- [6] Selten, Reinhard. "Bounded rationality." *Journal of Institutional and Theoretical Economics (JITE)/ Zeitschrift für die gesamte Staatswissenschaft* 146.4 (1990): 649-658.
- [7] Tversky, Amos, and Daniel Kahneman. "Advances in prospect theory: Cumulative representation of uncertainty." *Journal of Risk and uncertainty* 5.4 (1992): 297-323.
- [8] Rubinstein, Ariel. *Modeling bounded rationality*. MIT press, 1998.
- [9] Aumann, Robert J. "Rationality and bounded rationality." *Games and Economic behavior* 21.1-2 (1997): 2-14.
- [10] Simon, Herbert A. "Theories of bounded rationality." *Decision and organization* 1.1 (1972): 161-176.