



**Systems Research Institute
Polish Academy of Sciences**

Newelska 6, 01-447 Warszawa, Poland

Phone: (48) 22 38 10 100
Directors: (48) 22 38 10 275
Fax: (48) 22 38 10 105
E-mail: ibs@ibspan.waw.pl
Web: www.ibspan.waw.pl
Tax no.: 525 000 86 08

Prof. dr hab. inż. Janusz Kacprzyk, dr h.c. (mult.)
Fellow, IEEE, IFSA, ECCAI, SMIA
Członek rzeczywisty, Polska Akademia Nauk
Członek, Academia Europaea (Informatyka)
Członek, European Academy of Sciences and Arts
Członek zagraniczny, Bułgarska Akademia Nauk
Członek zagraniczny, Hiszpańska Królewska Akademia Nauk
Ekonomicznych i Finansowych (RACEF)

Warszawa, 1 czerwca 2017 r.

**Recenzja rozprawy doktorskiej mgr inż. Karola Wałędzika
pt. „Połączenie algorytmów symulacyjnych oraz dziedzinowych metod
heurystycznych w zagadnieniach dynamicznego podejmowania decyzji”**

Niniejsza recenzja została przygotowana na prośbę Dziekana Wydziału Matematyki i Nauk Informatycznych Politechniki Warszawskiej, prof. dr. hab. Wojciecha Domitrza.

Najogólniej biorąc, praca jest bardzo oryginalna i niestandardowa. Otóż, po pierwsze, mamy z jednej strony prace Promotora, wybitnego w skali światowej specjalistę z dziedziny tzw. gier uogólnionych, która właściwie polega na zastosowaniu różnych metod i rozwiązań logicznych i algorytmicznych do reprezentacji różnego rodzaju gier, przede wszystkim skończonych, symultanicznych oraz dwu lub wieloosobowych, o pełnej informacji, a potem do opracowania agenta mogącego grać z powodzeniem w wiele tego typu gier, np. Go, Othello, warcaby itp., a nie tylko jedną konkretną grę.

W tej rozwijającej się zresztą ostatnio dziedzinie znanych jest wiele podejść i metod wyznaczania strategii wygrywających. Jako punkt wyjścia bierze się przy tym zwykle, także w recenzowanej pracy, tzw. GGP (ang. General Game Playing), platformę umożliwiającą wyznaczanie strategii wygrywających dla różnych skończonych, symultanicznych i dwu lub wieloosobowych gier o pełnej informacji. Technicznie biorąc, zadanie wyznaczania wygrywającej strategii gracza sprowadza się do przeszukiwania pewnego drzewa decyzyjnego, zwykle bardzo dużego, co można zrealizować przez użycie algorytmu przeszukiwania drzew UCT (and. upper confidence bound applied to trees), znanej

zmodyfikowanej metody Monte Carlo przeszukiwania drzew MCTS (ang. Monte Carlo Tree Search), która zdobyła sobie wielką popularność w ostatnich latach.

Oczywiście, natychmiast pojawia się pytanie, czy ta metoda UCT, lub jakaś jej modyfikacja, która w końcu sprowadza się do przeszukiwania drzew decyzyjnych, a w przypadku niepewności dodatkowo do symulacji, może być zastosowana do innych zadań, z innych dziedzin. Przecież przeszukiwanie drzew decyzyjnych jest istotą wielkiej liczby problemów typu podejmowania decyzji, analizy danych, itd. występujących w bardzo różnych dziedzinach nauki i techniki. Dobrze by przy tym było, gdyby spróbować zastosować te metody do jakichś ważnych, „sztandarowych”, zadań, które są od lat przedmiotem badań, dla których są znane optymalne metody wyznaczania rozwiązań, ale też efektywne metody heurystyczne.

W pracy wybrano zadanie harmonogramowania, które nazwano RAPSP (ang. Risk Aware Project Scheduling Problem). Jest to wybór dobry, bo – w ogólności – wszelkie nietrywialne zadania harmonogramowania są trudnymi zadaniami kombinatorycznymi, a wyznaczanie najlepszych harmonogramów jest niezwykle istotne dla praktyki.

A zatem, ogólny cel, może nawet „filozofia” pracy, jest bardzo ciekawa. A mianowicie, bierzemy efektywne metody rozwiązywania zadań z jednej dziedziny i stosujemy je w innej dziedzinie, bardzo już tradycyjnej, w której wcześniej tych nowych metod się nie stosowało. Rozwinę to zresztą jeszcze w dalszej części.

W tytule pracy jest dynamiczne podejmowanie decyzji, co jest prawdą, bo zarówno w zadaniach gier uogólnionych, z których bierze się te nowe metody przeszukiwania drzew, dynamika występuje, choćby dlatego, że decyzje podejmuje się krok po kroku, a jednocześnie rozpatrywane jako nowy obiekt zainteresowania zadanie harmonogramowania ma wyraźny charakter dynamiczny, bo czynności są wykonywane w odpowiedniej kolejności i rozpoczynane w odpowiednich chwilach czasowych. Trzeba jednak podkreślić, że nie ma w pracy głębszej analizy wieloetapowych procesów podejmowania decyzji, które od wielu lat są przedmiotem intensywnych badań. Nie jest to jednak zarzut, ponieważ chyba należy tę rozprawę traktować jako propozycję koncepcyjnie nowego podejścia do rozwiązywania kombinatorycznych zadań wieloetapowego podejmowania decyzji, jakim jest niewątpliwie zadanie wyznaczania harmonogramu. Od tego do ogólnego podejścia do rozwiązywania wieloetapowego podejmowania decyzji droga jest daleka i, moim zdaniem, Autor dobrze zrobił, że na razie pokazał tylko zastosowanie swojego podejścia do konkretnego zadania z tej klasy, czyli zadania harmonogramowania.

Podsumowując ten fragment o tym, co jest w końcu w każdym doktoracie rzeczą bardzo ważną, czyli o tym, czy w pracy jest oryginalna koncepcja, a także czy stosuje się właściwe środki formalne i algorytmiczne, a potem ich właściwą implementację, odpowiedź jest niewątpliwie twierdząca – praca jest niewątpliwie bardzo oryginalna, a Autor zastosował bardzo ciekawe podejście.

Jeżeli chodzi o tzw. hipotezy badawcze, to Autor formułuje je jako (cytuje):

- Algorytmy symulacyjne, w szczególności UCT (and. upper confidence bound applied to trees), popularne głównie w obszarze gier, mogą być skuteczną metodą rozwiązywania złożonych dynamicznych problemów decyzyjnych – samodzielnie lub jako element podejścia hybrydowego,
- Możliwe jest skonstruowanie podejścia hybrydowego, łączącego metody symulacyjne oraz dziedzinowe metody heurystyczne, uzyskując metodę skuteczniejszą od każdego z tych podejść stosowanych oddzielnie.

W szczególności (cytuję):

- Tego typu podejścia łączone mogą sprawdzić się także w scenariuszach, w których standardowy mechanizm UCT jest niewystarczający.

Tezy te są postawione właściwie, choć może nieco w pewnym sensie zbyt ambitnie, bo – jak już napisałem – Autor na dobrą sprawę pokazuje dobre wyniki swojego podejścia dla specjalnego zadania harmonogramowania i te wyniki nie gwarantują oczywiście, że tak będzie dla innych kombinatorycznych zadań wieloetapowego podejmowania decyzji, choć jest na to szansa. Metodę hybrydową można oczywiście zawsze jakoś skonstruować, ale ważne jest pokazanie, że daje ona dobre wyniki, a właściwie lepsze niż poszczególne metody w jej skład wchodzące oddzielnie, bo inaczej nie byłoby sensu jest wprowadzać. Na szczęście, Autor pokazuje tę wartość dodaną hybrydyzacji.

Przejdę teraz do omówienia kolejnych rozdziałów pracy. Bardzo ważną częścią pracy jest Rozdział 1. „Wstęp”. Autor podaje tu celne uwagi na temat rozwiązywania złożonych zadań, dla których w zasadzie można sobie wyobrazić użycie algorytmu optymalnego, ale – ze względu zwykle na rozmiar zadania, ale też jego postać, jak np. silnie nieliniowe funkcje celu czy ograniczenia – zastosowanie takich algorytmów może być albo niemożliwe albo nieefektywne. Ten fakt jest znany od lat, np. w badaniach operacyjnych, gdzie występuje cały szereg trudnych kombinatorycznych zadań optymalizacyjnych, praktycznie nierozwiązywalnych w rozsądnym czasie, co doprowadziło do zaproponowania wielu dziedzinowych metod heurystycznych. W tych metodach znajdują odbicie różnego rodzaju znane zależności i własności, specyficzne dla danej dziedziny czy klasy zadań, np. zadanie harmonogramowania, załadunku itp. Metody te działają zwykle dobrze i są powszechnie stosowane w praktyce.

Zauważmy, że te powyższe własności i reguły są zwykle specyficzne dla danej klasy zadań, a nie ogólniejsze. To ostanie to już domena znacznie późniejszych metaheurystyk, których w pracy się na dobrą sprawę nie stosuje.

Dobrze podsumowano znaczenie symulacji komputerowej w rozwiązywaniu wszelkich złożonych zadań. Nawiasem mówiąc, zainteresowanie symulacje jest duże i rośnie, o czym świadczy np. fakt coraz większej popularności specjalizowanych konferencji typu SIMULTECH.

Autor przedstawia dalej dobrze znaczenie zastosowania idei symulacji Monte Carlo, a w szczególności jej rozszerzeń, jak np. UCT (and. upper confidence bound applied to

trees), zwłaszcza w kontekście jej sukcesów w grach dwuosobowych, szczególnie Go. Zaraz potem krótko, ale celnie podsumowuje zagadnienie dynamicznego podejmowania decyzji, choć – jak wspominałem – może bym wyraźniej wspomniał, że nie rozpatruje się tego zagadnienia w kontekście ogólnym, ale na ważnym przykładzie zdania harmonogramowania, a wnioski wypływające z uzyskanych wyników dla tego specyficznego zadania, pozwalają sformułować tylko pewne wnioski ogólniejsze dla szerszej klasy zadań.

Ciekawy i cenny jest krótki fragment dotyczący zastosowania do modelowania i rozwiązywania zadania wieloetapowego podejmowania decyzji znanej z gier uogólnionych koncepcji agenta GGP (ang. General Game Playing), platformy definiującej język opisu reguł gry oraz środowisko prowadzenia skończonej, symultanicznej, i deterministycznej gry jedno- lub wieloosobowej o pełnej informacji, oczywiście dla grania w wiele różnych gier.

Podsumowując, ten rozdział wstępny jest napisany dobrze i od razu wprowadza czytelnika w to, co Autor zamierza w pracy rozpatrywać, jakie ogólnie metody zastosować i co chciałby osiągnąć.

Rozdział 2 „Metody symulacyjne” jest krótkim wprowadzeniem do symulacji komputerowej, dziedziny niezwykle ważnej z praktycznego punktu widzenia, a przy tym cieszącej się dużym zainteresowaniem naukowców.

Autor skupia się na metodach z klasy Monte Carlo, a w szczególności na metodach przeszukiwania drzew metoda Monte Carlo, tzw. MCTS (ang. Monte Carlo Tree Search), mających kluczowe znaczenie dla pracy. Jest to zrobione dobrze, a przykład gry w kółko i krzyżyk, a potem zagadnienie tzw. K-ręcznego bandyty, dobrze ilustrują istotę zagadnienia. Może, w tym drugim dobrze byłoby wspomnieć o tym, że do rozwiązywania można stosować zarówno metody optymalne, np. wywodzące się z wieloetapowych Markowskich procesów decyzyjnych i oparte np. na programowaniu dynamicznym, ale też i tradycyjne heurystyki, jak np. różne zmodyfikowane strategie zachłanne (np. epsilon-greedy strategy). Pozwoliłoby to może na lepsze uzasadnienie znaczenia algorytmu UCB1.

W dalszej części omawia się istotę UCT (ang. upper confidence bound applied to trees). Jest to zrobione bardzo dobrze, choć może podano zbyt lakonicznie różnicę między MSCS i UCT, a właściwie, co UCT daje. Jest to chyba ważne, bo w tytule następnego podrozdziału występuje „UCT/MCTS” w kontekście typowych modyfikacji. Powstaje oczywiście pytanie, czy – jeśli już (chyba?) UCT jest lepszy, co wynika z opisu – to czy warto jeszcze modyfikować MCTS, jak możemy po prostu zmodyfikować lepszy UCT.

Uwagi o implementacji z użyciem obliczeń równoległych są dobre i bardzo cenne. Natomiast trochę niejasny jest podrozdział 2.6 „MCTS poza domeną gier”, bo znów nie wiadomo, dlaczego się pisze o MCTS, a nie o UCT. Czy znaczy to, że MCTS był stosowany do rozwiązywania zadań w innych, poza grami, dziedzinach, a UCT nie? A jest tak, czy to znaczy, że zastosowanie UCT do rozwiązywania niektórych zadań wieloetapowego podejmowania decyzji, przedstawione właściwie w pracy, jest jedynym przykładem zastosowania UCT poza grami?

Część 2 „General game playing” jest ważną częścią pracy, bo podaje główne idee i algorytmy stosowane w grach uogólnionych, dziedzinie rozwijającej się w ostatnich latach. Między innymi, dobrze się przedstawia ideę algorytmu minimaxowego i alfa-beta-obcięć. Może dobrze byłoby jednak poświęcić trochę więcej miejsca sprawie reprezentacji rozgrywania takich gier w postaci drzew decyzyjnych, co ułatwiłoby potem przejście do opisywanych dalej usprawnień algorytmu alfa-beta obcięć. Te usprawnienia są opisane dobrze, a pseudokody pozwalają zrozumieć kolejne kroki algorytmów.

Dobry jest też opis GGP (ang. General Game Playing), platformy definiującej język opisu reguł gry oraz środowisko prowadzenia skończonej, symultanicznej, i deterministycznej gry jedno- lub wieloosobowej o pełnej informacji, oczywiście, dla wielu różnych gier. Pozwala ona tworzyć agentów, którzy potrafią grać w wiele gier. Jest to zrobione jasno i pogładowo. Język jest opisany dobrze, może nieco niejasna jest uwaga o GDL II, który może ująć pewne elementy przypadkowości w grach. Autor słusznie pisze, że co prawda jest on znany, ale rzadko stosowany i powstaje pytanie, że skoro chcemy rozwiązywać metodami GPP zadanie harmonogramowania w warunkach ryzyka (niepewności), to czy GDL II nie powinien być tu stosowany.

Moja ocena tego rozdziału jest zdecydowanie pozytywna, Autor wypunktowuje wszystkie elementy techniczne GGP i GDL, które mają znaczenie. Ten obraz psuje nieco używanie określeń pochodzących bezpośrednio z języka angielskiego, choć znana jest od lat terminologia polska w pokrewnych zagadnieniach, jak np. funkcja ewaluacyjna, choć to funkcja oceny, trawersacja grafu, choć to przejście grafu, stany terminalne, choć to stany końcowe (zresztą Autor tak potem pisze!). Nie są to oczywiście uwagi merytoryczne.

Rozdział 4 „Magician – symulacyjno-heurystyczny agent GGP” jest poświęcony oryginalnemu wynikowi zaproponowanemu w niniejszej rozprawie, a mianowicie agentowi Magician, agentowi GGP stworzonemu dla potrzeb zadania rozpatrywanego w rozprawie. Chodzi oczywiście głównie o agenta o odpowiednich funkcjach oceny, a do tego implementowalnego dla możliwie szerokiej gamy różnych gier. Ogólna koncepcja wyposażenia tego agenta w zmodyfikowany algorytm minimaxowy z odpowiednio funkcją oceny, a do tego umożliwienie użycia hybrydowego systemu symulacyjnego łączącego w sobie algorytm tzw. MCTS (ang. Monte Carlo Tree Search) ze znaną od lat koncepcją heurystyk dziedzinowych jest bardzo dobrym pomysłem, Ale, trochę jest niejasne, dlaczego ten ostatni system symulacyjny nazywa się Guided UCT, czyli chyba stosuje explicite UCT, a Autor w tym samym zdaniu pisze o ogólniejszej metodzie MCTS.

W dalszej części rozdziału Autor przedstawia ważne elementy swojego podejścia, m.in. heurystykę historyczną (a swoją drogą, jej idea była stosowana już dawno temu w dziedzinie zarówno modeli wieloetapowego podejmowania decyzji w sensie ogólnym, jak też w badaniach operacyjnych), identyfikację cech, budowę funkcji oceny itp. Jest to zrobione dobrze. Może czasami nie jest jasna jakaś uwaga, jak np. na str. 59 pisze się, że w wyrażeniach opisujących cechy mogą się pojawić zmienne, które nie muszą przyjmować wartości binarnych. Czy zmienna nie oznacza po prostu, że może być to albo 0 albo 1, bo w poprzednich tabelkach gry pisało się, że pola przyjmują właśnie wartości albo 0 albo 1. Nie jest to jasne.

Punkt poświęcony budowie funkcji oceny jest zrobiony dobrze, a uwagi są celne. Sprowadzenie wiedzy dziedzinowej do odpowiedniej postaci funkcji oceny ma sens, choć

trochę może to być niejasne, jeśli się spojrzy na to z następującego punktu widzenia: w proponowanym systemie hybrydowym do metody UCT dodaje się jakieś heurystyki znane w konkretnej dziedzinie (por. podane w pkt. 5.3.3 dla harmonogramowanie, czy ogólniej dla różnych zadań badań operacyjnych). One raczej dotyczą jakichś reguł, które odzwierciedlają pewne rozsądne zależności, które ich autorzy zaproponowali i które się okazały użyteczne przy rozwiązywaniu wielu zadań. Warto byłoby to powiązać w funkcję oceny jako reprezentacją wiedzy dziedzinowej.

W Podrozdziale 4.5 „Rezultaty eksperymentalne” przedstawiono wyniki numeryczne, które dość dobrze świadczą o zaproponowanym w pracy agencje Magician.

Część III „Risk-Aware Project Scheduling Problem” jest poświęcona chyba najbardziej oryginalnej części pracy, jaka jest zastosowanie metod znanych z gier uogólnionych do rozwiązywania ważnego zadania badań operacyjnych, jakim jest zadanie harmonogramowania projektów, tzn. wyznaczania czasów rozpoczęcia poszczególnych czynności wchodzących w skład projektu przy spełnieniu ograniczeń na zasoby i relację następstwa, tak aby czas realizacji był minimalny. Oczywiście, takie zadanie jest modelem wielkiej liczby zadań występujących w praktyce, może być rozszerzone na wiele sposobów poprzez dodanie różnych dodatkowych warunków, ograniczeń, przyjęcie innych funkcji celu, wielu funkcji celu (analizy wielokryterialnych) itp. Wszystkie te zadania są przy tym z reguły bardzo trudne obliczeniowo.

Autor dobrze przedstawia formalne postawienie zadania harmonogramowania w postaci podstawowej, a potem dobrze podsumowuje możliwe rozszerzenia, nazywając je modelami pochodnymi (Podrozdział 5.2). Jest to zrobione dobrze, a prostota (ideowa, nie numeryczna!) rozpatrywanych zadań jest uzasadniona właśnie faktem propozycji zastosowania metod znanych z gier uogólnionych. Przegląd metod rozwiązywania, z podziałem na metody dokładne, dające rozwiązania optymalne, i przybliżone, dające rozwiązania suboptymalne, albo dostatecznie dobre, jest dobry. Jedyną rzeczą, z którą nie mogę się zgodzić to użycie jako polskiej nazwy metoda „rozgałęzień i zamykania” dla znanej metody „branch and bound”. W literaturze polskiej jest to metoda znana od dziesięcioleci jako „metoda podziału i ograniczeń”, a potem chyba raczej jako „metoda podziału i oszacowań”; na marginesie, takich nazw używałem już w drugiej połowie lat 1970-tych w moich pracach nt. wieloetapowego podejmowania decyzji w warunkach rozmytości. Metody przybliżone są omówione dość dobrze, choć wolałbym, żeby było dokładniej wskazane, że Autor w jednym miejscu mówi o metodzie podziału i oszacowań z „obcięciem”, a w innym o metaheurystykach. Dałoby to lepszy ogólny obraz sytuacji i roli heurystyk oraz metaheurystyk

Autor omawia dobrze najczęściej stosowane heurystyki oparte na priorytetach (pkt. 5.3.3) i metody zachłanne (pkt. 5.3.4), a potem dodaje uwagi nt. konstrukcji harmonogramu. Oczywiście, wszystko to jest robione dla przypadku deterministycznego.

Rozdział 6 „RAPSP – Risk-Aware Project Scheduling Problem” jest poświęcony problemowi harmonogramowania w przypadku występowania informacji niepewnej w postaci przypadkowości. Głównie chodzi to o niepewność, którą Autor formułuje w postaci tzw. ryzyk. Jest to zgodne w zasadzie z ogólnie rozumianym pojęciem ryzyka, czyli jest związane z występowaniem mniejszego lub większego prawdopodobieństwa wystąpienia nieoczekiwanych okoliczności o negatywnym wpływie. W kontekście pracy, Autor robi to dobrze, a model „ryzyk” właśnie taki możliwy wpływ formalizuje w postaci funkcji T (str. 104). Trochę mi to brakuje głębszej analizy samego pojęcia ryzyka, a także metod

ograniczania jego negatywnych skutków, co można zaleźć bez problemu np. w literaturze ekonomicznej. Trochę nie rozumiem uwagi na str. 104, że „...efekty ryzyka nie muszą być i często nie są deterministyczne...”, bo jak jest coś deterministyczne, to nie bardzo chyba można mówić o ryzyku. Jest to chyba po prostu niezbyt zręczne sformułowanie.

Dla takiego zadania harmonogramowania z ryzykiem, Autor najpierw daje dobry przegląd heurystyk typu zachłannego czy opartych na priorytetach, potem omawia zastosowanie samego UTC, tzw. Basic UTC, a w końcu przechodzi do hybrydowego podejścia, zwanego Proactive UCT, w którym łączy się metodę UTC z różnymi heurystykami, które korzystają z wiedzy dziedzinowej, tu z pewnych „rozsądnych” zależności dotyczących ustalania harmonogramów. Konkretnie, UTC łączy się z heurystykami zachłannymi i z priorytetami. Jest to ciekawe i dobre połączenie.

W dalszej części rozdziału podano przykłady obliczeniowe, które pokazują, że zaproponowane podejście jest efektywne numerycznie, a metody hybrydowe okazuje się lepsze niż czyste metody oparte na UCT. Te wnioski sprawiają, że zadania postawione w pracy w postaci tez zostały zrealizowane.

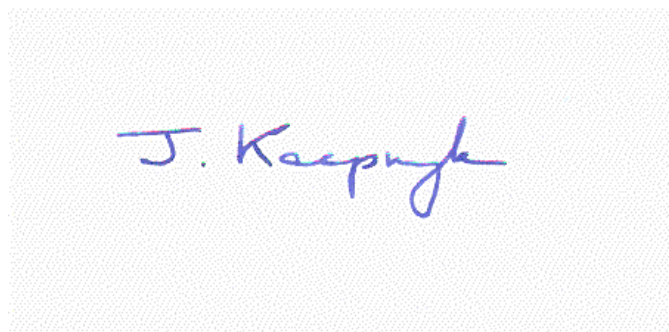
Praca ma przy tym ciekawą konstrukcję, a mianowicie zamieszczono bardzo dużą część końcową, w której zawarto dokładniejsze informacje nt. rozwiązań technicznych, jak np. opis różnych gier w języku GPL, opis systemu Magician, pełna postać używanych w pracy zadań harmonogramowania bez i z ryzykiem, a także wyniki numeryczne. Jest to, moim zdaniem, dobry układ ze względu na fakt, że praca dotyczy zarówno gier uogólnionych, jak też badań operacyjnych, a przedstawiciele tych dwu tak różnych środowisk mogą nie być zainteresowani takim samym zakresem wykładu, a zatem mogą wybrać z dodatku te dodatkowe informacje, które ich interesują.

Podsumowując, praca zawiera bardzo oryginalną propozycję zastosowania metod symulacyjnych znanych z gier uogólnionych do rozwiązywania pewnych znanych i intuicyjnie zrozumiałych, ale trudnych obliczeniowo, zadań harmonogramowania. Do zalet pracy należy to, że przeprowadzone na szeroka skalę eksperymenty numeryczne. Z tych głównie powodów moja ocena recenzowanej rozprawy doktorskiej jest zdecydowanie pozytywna. Podkreślić też trzeba rolę Promotora, zwłaszcza w zainspirowaniu Doktoranta do podjęcia prac w tym nowoczesnym, nowatorskim i ambitnym temacie, a potem dobra opiekę naukową nad realizacją pracy.

Praca spełnia, moim zdaniem, wszelkie wymagania ustawowe i zwyczajowo przyjęte w polskim środowisku naukowym stawiane rozprawom doktorskim i wnoszę o jej przyjęcie oraz dopuszczenie do publicznej obrony.

Jednocześnie, proponowałbym – w przypadku dobrego przebiegu obrony – rozpatrzenie wyróżnienia pracy, przede wszystkim z tego powodu, że – co nie jest tak często spotykane w przypadku doktoratów – zaproponował jakościowo nowe podejście polegające na propozycji zastosowania metod symulacyjnych i przeszukiwania drzew rozwiązań, znanych z dziedziny gier uogólnionych, do rozwiązywania bardzo znanego i ważnego zadania harmonogramowania, jednego ze sztanदारowych zadań badań operacyjnych, a więc innej dziedziny. Do tego, Kandydat przeprowadził wyczerpujące testy numeryczne, pokazujące

efektywność zaproponowanego podejścia, a także ciekawą krytyczną analizę otrzymanych wyników.

A rectangular area with a light gray, textured background containing the handwritten signature "J. Kacprzyk" in blue ink.