LZZ

ZADANIA Z MATEMATYKI DYSKRETNEJ

CZĘŚĆ 3. ZASADA WŁĄCZANIA-WYŁĄCZANIA.

1. Spośród 50 osób każda uprawia rolę lub jogę, 30 uprawia rolę (i być może jogę) a 27 uprawia rolę i jogę. Ile osób uprawia jogę ?
2. Ile jest liczb naturalnych niewieększych od 1000, które nie są podzielne przez żadną z następujących liczb :
   a) 2, 6, 13;
   b) 3, 7, 11;
   c) 6, 9, 33.
3. Spośród 25 pracowników pewnej firmy każdy zna francuski lub niemiecki lub angielski. 8 zna francuski, 12 zna niemiecki a 21 zna angielski, 3 zna wszystkie 3 języki, 10 zna niemiecki i angielski a 6 francuski i angielski. Ilu zna niemiecki i francuski?
4. Wśród 270 kolesi, 64 działa w mediach , 94 w bankowości, 58 w przemyśle, 28 działa równoczeŝcnie w bankowości i w przemyśle, 22 równocześnie w bankowości i w mediach, 14 działa równocześnie we wszystkich 3 dziedzinach, a 116 nie działa (jeszcze) w żadnej z tych dziedzin. Ilu działa w mediach lub przemyśle? Odpowiedź uzasadnij.
5. Na ile sposobów można ustawić w ciąg litery a, a, a, b, b, b tak, aby ani trzy litery a ani trzy litery b nie tworzyły trzech kolejnych wyrazów tego ciągu?
6. Spośród 20 pracowników pewnej firmy 5 jest na urlopie. Spośród wszystkich 8, którzy mają zostać zwolnieni na urlopie jest 4. Ilu jest takich, którzy ani nie są na urlopie ani nie zostaną zwolnieni?

ODPOWIEDZI:

1) 47, 2)a) 462 b)520, c) 768, 3) 3, 4) 174, 5) 14, 6) 11.

PRZYKŁADOWE KOLOKWIUM 1

1. **(4 pkt)** Na ile sposobów można ustawić w rzędzie 2 Polaków, 3 Szwedów, 4 Turków tak, aby Polacy nie stali koło siebie? Zakładamy, że osoby jednej narodowości są nierozróżnialne.
2. **(4 pkt)** Na ile sposobów można wybrać delegację złożoną z 15 posłów pochodzących z 10 partii tak, aby
   a) w wybranej delegacji znalazła się co najmniej jedna osoba z każdej z tych partii,
   b) w wybranej delegacji byli przedstawiciele co najmniej dwóch partii? Zakładamy, że posłowie z jednej partii są nierozróżnialni oraz jest co najmniej 15 posłów z każdej partii.
3. **(4 pkt)** Obliczyć $\sum_{k=1}^{100} k \cdot 7^{k+1} \cdot \binom{100}{k}$.
4. **(4 pkt)** Na ile sposobów można rozmieścić 5 (rozróżnialnych) więźniów w 3 jednakowych celach jeśli w każdej celi może znaleźć się dowolna liczba więźniów (włącznie z zerem) oraz
   a) cele są nierozróżnialne (jednakowe),
   b) cele są rozróżnialne (różne)?
5. (**4 pkt**) Na ile sposobów można rozmieścić 9 jednakowych krasnali w 3 szufladach przy czym w każdej szufladzie może być dowolna liczba krasnali (włącznie z zerem) oraz
   a) szuflady są jednakowe,
   b) szuflady są różne?

ODPOWIEDZI DO PRZYKŁADOWEGO KOLOKWIUM 1 :

1) $\frac{9!}{2!\cdot 3!\cdot 4!} - \frac{8!}{3!\cdot 4!}$, 2) a) $\binom{10+5-1}{5} = \binom{14}{5}$, b) $\binom{10+15-1}{15} - 10 = \binom{24}{15} - 10$, 3) $49 \cdot 100 \cdot 8^{99} = 4900 \cdot 8^{99}$, 4) a) 41, b) $3^5 = 243$, 5)a) 12, b) 55.