

## RESZTA Z DZIELENIA NUMERU ZESTAWU PRZEZ 5 RÓWNA 1

1. ( 5 pkt) Ile jest liczb naturalnych (bez zera) niewiększych od 2000, które nie są podzielne przez żadną z następujących liczb: 3,5,9.
2. ( 5 pkt) W wyniku spotkania towarzyskiego pomiędzy dwiema grupami kibiców piłkarskich każdy z 40 uczestniczących w tym spotkaniu kibiców odniósł uraz ręki lub nogi lub głowy. 15 odniosło uraz ręki, 17 uraz nogi, 8 uraz głowy i ręki, 11 uraz głowy i nogi, 10 uraz ręki i nogi a 5 uraz ręki i nogi i głowy. Ilu kibiców nie odniosło urazu głowy?
3. ( 5 pkt) Pewien samochód kosztował 10 tys euro. Klient kupił go w ramach sprzedaży ratalnej. Co miesiąc do sumy do spłacenia doliczane jest 10% rzeczywistych odsetek a klient spłaca ratę w wysokości 0.5 tys euro. Znajdź wzór jawny na  $k_n$  sumę pozostającą do spłacenia po  $n$  miesiącach.
4. ( 5 pkt) Na początku pewna dziewczynka posiadała w szafie 2 sukienki a po roku posiadała już 4 sukienki. Po każdym następnym roku liczba sukienek w szafie była równa sumie potrojonej liczby sukienek na koniec poprzedniego roku i pomnożonej przez 4 liczby sukienek po przedostatnim roku. Znajdź wzór jawny na  $s_n$  - liczbę sukienek w szafie tej dziewczynki po  $n$  latach.

## ODPOWIEDZI

1) 1067, 2) 8, 3)  $k_n = 5 \cdot (1.1)^n + 5$ , 4)  $s_n = \frac{4}{5} \cdot (-1)^n + \frac{6}{5} \cdot 4^n$ .

## LZZ - MATEMATYKA DYSKRETNA

## KOŁOKWIUM 2

30 V 2009

## RESZTA Z DZIELENIA NUMERU ZESTAWU PRZEZ 5 RÓWNA 2

1. ( 5 pkt) Ile jest liczb naturalnych (bez zera) nie większych od 2000, które nie są podzielne przez żadną z następujących liczb: 2,6,8.
2. ( 5 pkt) Spośród 90 studentów każdy planuje w czasie wakacji uczyć się Statystyki lub Matematyki Dyskretnej lub pracować. 64 zamierza uczyć się Statystyki. Spośród 46, którzy planują uczyć się Matematyki Dyskretnej, 33 planuje również uczyć się Statystyki. Ilu studentów zamierza w czasie wakacji tylko pracować ( to znaczy nie uczyć się żadnego z wymienionych wyżej przedmiotów)?
3. ( 5 pkt) Pewien pracownik zarabiał na początku 2 tys euro. Co miesiąc dostaje podwyżkę będącą sumą 20% ostatnio otrzymywanej pensji i dodatkowego 1 tys euro. Znajdź wzór jawny na  $p_n$  pensję pracownika po  $n$  miesiącach.
4. ( 5 pkt) Poziom trudności zerowego terminu zaliczenia z Matematyki Dyskretnej dla pewnej grupy studentów liczony czasem potrzebnym na dostateczne przygotowanie przez przeciętnego studenta wynosił 2 (h) a poziom trudności terminu pierwszego wynosił 5. Dla każdego następnego terminu poziom trudności stanowił sumę podwojonego poziomu trudności ostatniego terminu i ośmiokrotnego poziomu trudności przedostatniego terminu zaliczenia. Znajdź wzór jawny na  $t_n$  - poziom trudności  $n$ -tego terminu zaliczenia z Matematyki Dyskretnej dla tej grupy studentów (liczony w godzinach potrzebnych na przygotowanie).

## ODPOWIEDZI

- 1) 1000, 2) 13, 3)  $p_n = 7 \cdot (1.2)^n - 5$ , 4)  $t_n = \frac{1}{2} \cdot (-2)^n + \frac{3}{2} \cdot 4^n$ .

## RESZTA Z DZIELENIA NUMERU ZESTAWU PRZEZ 5 RÓWNA 3

1. ( 5 pkt) Ile jest liczb naturalnych (bez zera) niewiększych od 2000, które nie są podzielne przez żadną z następujących liczb: 3,4,6.
2. ( 4 pkt) W pewnej grupie studentów było 20 osób, z których każda nie chodziła na zajęcia lub wychodziła często w czasie zajęć lub nie zdała Matematyki Dyskretnej. Spośród 9 osób, które nie chodziły na zajęcia 2 nie zdały. 11 osób wychodziło często w czasie zajęć. Ile było takich osób, które często wychodziły w czasie zajęć i zdały jeśli wszystkich osób, które nie zdały było 13. Zakładamy, że osoby, które nie chodziły na zajęcia nie mogły często wychodzić w czasie zajęć.
3. ( 5 pkt) W pierwszym miesiącu działalności zysk z inwestycji w hodowlę królików wyniósł 1 tys euro. W każdym następnym miesiącu zysk z tej inwestycji zwiększał się o 60% w stosunku do poprzedniego miesiąca oraz o dodatkowe 0.4 tys euro w ramach zwrotu podatku. Znajdź wzór jawny na  $z_n$  zysk z tej inwestycji w  $n$  miesiącu od rozpoczęcia działalności.
4. ( 5 pkt) Na pewnej imprezie napój podawany przy pierwszej kolejce zawierał 2 ml. soku a przy następnej 3 ml. soku. W każdej następnej kolejce ilość soku w napoju stanowiła sumę ilości alkoholu w napoju z poprzedniej kolejki i pomnożonej przez 6 ilości soku w napoju z przedostatniej kolejki. Znajdź wzór jawny na  $a_n$ -ilość soku (w ml.) w napoju podanym przy  $n$ -tej kolejce.

## ODPOWIEDZI

1) 1000, 2) 0, 3)  $z_n = \frac{25}{24} \cdot (1.6)^n - \frac{2}{3}$ , 4)  $a_n = -\frac{3}{10} \cdot (-2)^n + \frac{7}{15} \cdot 3^n$ .

## RESZTA Z DZIELENIA NUMERU ZESTAWU PRZEZ 5 RÓWNA 4

1. ( 5 pkt) Ile jest liczb naturalnych (bez zera) niewiększych od 2000, które nie są podzielne przez żadną z następujących liczb: 2,5,10.
2. ( 5 pkt) Spośród 70 studentów każdy myślał, że zaliczy Matematykę Dyskretną lub faktycznie zaliczył lub nie chodził na zajęcia. 40 spośród nich faktycznie zaliczyło Matematykę Dyskretną. Spośród 54 studentów, którzy myśleli, że zaliczą 34 faktycznie zaliczyło. Spośród 30, którzy nie chodzili na zajęcia 19 myślało, że zaliczy a 2 spośród tych co nie chodzili na zajęcia faktycznie zaliczyło Matematykę Dyskretną. Ilu było takich, którzy nie chodzili na zajęcia, myśleli że zaliczą i faktycznie zaliczyli?
3. ( 5 pkt) Pralka kosztuje 1 tys euro. Klient kupuje ją w ramach sprzedaży ratalnej. Co miesiąc do sumy do spłacenia doliczane jest 25% rzeczywistych odsetek a klient spłaca ratę w wysokości 0.1 tys euro. Znajdź wzór jawny na  $s_n$  sumę pozostającą do spłacenia po  $n$  miesiącach.
4. ( 5 pkt) Na początku pewien chłopiec posiadał jedną narzeczoną a po roku miał już dwie. Po każdym następnym roku liczba narzeczonych posiadanych przez tego chłopca była równa różnicy pomiędzy pomnożoną przez 4 liczbą narzeczonych na koniec poprzedniego roku i pomnożoną przez 3 liczbą narzeczonych na koniec przedostatniego roku. Znajdź wzór jawny na  $d_n$  - liczbę narzeczonych posiadanych przez tego chłopca po  $n$ -tym roku.

## ODPOWIEDZI

1) 800, 2) 1, 3)  $s_n = \frac{3}{5} \cdot (1.25)^n + \frac{2}{5}$ , 4)  $d_n = \frac{1}{2} \cdot 1^n + \frac{1}{2} \cdot 3^n$ .

## RESZTA Z DZIELENIA NUMERU ZESTAWU PRZEZ 5 RÓWNA 0

1. ( 5 pkt) Ile jest liczb naturalnych (bez zera) niewiększych od 2000, które nie są podzielne przez żadną z następujących liczb: 4,6,12.
2. ( 5 pkt) Spośród 90 studentów każdy planuje w czasie wakacji uczyć się Statystyki lub Matematyki Dyskretnej lub pracować. 64 zamierza uczyć się Statystyki. Spośród 46, którzy planują uczyć się Matematyki Dyskretnej, 33 planuje również uczyć się Statystyki. Ilu studentów zamierza w czasie wakacji tylko pracować ( to znaczy nie uczyć się żadnego z wymienionych wyżej przedmiotów)?
3. ( 5 pkt) Pewien przedsiębiorczy pracownik wyniósł z pracy w pierwszym miesiącu 1 tys spinaczy. W każdym następnym miesiącu wynosił o 20% spinaczy mniej niż w poprzednim miesiącu. Znajdź wzór jawny na  $s_n$  liczbę spinaczy, które wyniósł przez  $n$  miesięcy swojej działalności.
4. ( 5 pkt) W pewnym państwie średnia pensja w momencie wstąpienia do UE wynosiła 1 tys. euro a w miesiąc po wstąpieniu wynosiła 2 tys. euro. W każdym następnym miesiącu średnia pensja stanowiła różnicę pomnożonej przez 6 średniej pensji za ostatni miesiąc i pomnożonej przez 5 średniej pensji z przedostatniego miesiąca. Znajdź wzór jawny na  $p_n$ -średnią pensję (w tys euro) w  $n$  miesięcy po wstąpieniu do UE.

## ODPOWIEDZI

1) 1333, 2) 13, 3)  $s_n = \frac{5}{4} \cdot (0.8)^n = (0.8)^{n-1}$ , 4)  $p_n = \frac{3}{4} \cdot 1^n + \frac{1}{4} \cdot 5^n$ .