

# MATEMATYKA DYSKRETNA

Zarządzanie - semestr 2

## Zaliczenie wykładu

Sprawdzian zaliczeniowy z każdej z dwóch części wykładu składa z trzech zadań. Dwa pierwsze są pytaniami opisowymi analogicznymi do podanych poniżej na liście przykładowych pytań. Trzecie zadanie składa się z trzech zdań, których wartość logiczną trzeba ocenić. Zestaw zaliczeniowy w terminach poprawkowych jest połączeniem zestawów sprawdzających wiedzę z obu części.

### Przykładowe zestawy zaliczeniowe:

#### Sprawdzian 1: Kombinatoryka.

- (8 pkt)** Co to jest kombinacja? Ile jest  $k$ -elementowych kombinacji zbioru  $n$ -elementowego? Wypisz wszystkie 2-elementowe kombinacje zbioru 5-elementowego.
- (8 pkt)** Podaj definicję ciągu Fibonacciego. Ile wynosi liczba Fibonacciego  $F_{10}$ ?
- (za każdą prawidłową odpowiedź: +3 pkt, za każdą złą: -3 pkt, za brak odpowiedzi: 0 pkt)**  
Czy poniższe zdanie jest prawdziwe?  
a)  $f(x) = \frac{1}{1-2x}$  jest funkcją tworzącą dla ciągu  $a_n = 2$ .  
b) Permutacji zbioru  $X$  jest tyle ile bijekcji ze zbioru  $X$  na zbiór  $X$ .  
c) Moc sumy trzech zbiorów rozłącznych jest równa sumie mocy tych zbiorów.

#### Sprawdzian 2: Teoria grafów.

- (8 pkt)** Jaki graf nazywamy spójnym? Narysuj przykład grafu spójnego i przykład grafu niespójnego. Co to jest składowa spójności?
- (8 pkt)** Omów na przykładzie algorytm przeszukiwania grafu wszerz.
- (za każdą prawidłową odpowiedź: +3 pkt, za każdą złą: -3 pkt, za brak odpowiedzi: 0 pkt)**  
Czy poniższe zdanie jest prawdziwe?  
a) Minimalna liczba kolorów w dobrym pokolorowaniu wierzchołków grafu nazywa się indeksem chromatycznym grafu.  
b) Istnieje graf, którego suma stopni wierzchołków wynosi 13.  
c) Las jest grafem spójnym.

**Lista przykładowych pytań z jakimi można się zetknąć na zaliczeniu wykładu:**

#### Część 1. Kombinatoryka.

- Co to jest permutacja? Ile jest permutacji zbioru  $n$ -elementowego? Wypisz wszystkie permutacje zbioru 4-elementowego.
- Co to jest kombinacja? Ile jest  $k$ -elementowych kombinacji zbioru  $n$ -elementowego? Wypisz wszystkie 3-elementowe kombinacje zbioru 5-elementowego.
- Co to jest wariacja? Ile jest  $k$ -elementowych wariacji bez powtórzeń zbioru  $n$ -elementowego. A ile z powtórzeniami?
- Co to jest funkcja różnowartościowa? Ile jest wszystkich funkcji różnowartościowych ze zbioru 3-elementowego w zbiór 5-elementowy?

5. Ile jest wszystkich podzbiorów zbioru  $n$ -elementowego? Odpowiedź uzasadnij.
6. Omów metody generowania podzbiorów zbioru na przykładzie zbioru 3-elementowego.
7. Co to jest podział zbioru ? Wypisz wszystkie podziały zbioru 4-elementowego na 2 bloki.
8. Co to jest liczba Stirlinga drugiego rodzaju. Ile wynosi  $S(3, 1)$  ?
9. Co to jest podział liczby  $n$  na  $k$  składników. Ile jest podziałów liczby 7 na 3 składniki?
10. Wypisz wszystkie podziały liczby 4 na 2 składniki i narysuj ich diagramy Ferrersa.
11. Zasada włączania-wyłączania dla trzech zbiorów. Podaj przykład zastosowania.
12. Zasada włączania-wyłączania dla  $n$  zbiorów.
13. Co to jest nieporządek ? W przybliżeniu, co która permutacja jest nieporządkiem ?
14. Co to jest rekurencja? Podaj przykład zależności rekurencyjnej.
15. Na czym polega metoda "naiwna" rozwiązywania równań rekurencyjnych? Omów na przykładzie.
16. Co to jest funkcja tworząca dla ciągu  $a_n$  ? Znajdź funkcję tworzącą dla ciągu  $a_n = n$ .
17. Jak rozwiązujemy równania rekurencyjne przy pomocy funkcji tworzących ? Omów na przykładzie.
18. Podaj definicję ciągu Fibonacciego. Ile wynosi liczba Fibonacciego  $F_{1410}$ .
19. Jak wygląda równanie rekurencyjne liniowe i jak można je rozwiązać za pomocą równania charakterystycznego?
20. Znajdź wzór jawny na  $a_n$  jeśli  $a_n = 2a_{n-1} + 3a_{n-2}$  dla  $n \geq 1$  oraz  $a_0 = 1$ .
21. Jakie znasz własności liczby Fidiasza  $\phi$ ?

## Część 2. Teoria grafów.

22. Co to jest graf? Kiedy dwa grafy nazywamy izomorficznymi ?
23. Jakie znasz rodzaje podgrafów grafu ? Omów na przykładzie.
24. Droga i cykl w grafie. Czy droga i cykl są grafami spójnymi ?
25. Co to jest stopień wierzchołka ? Czy suma stopni wierzchołków w grafie może wynosić 25 ? Odpowiedź uzasadnij.
26. Jaki graf nazywamy spójnym ? Narysuj przykład grafu spójnego i przykład grafu niespójnego. Co to jest składowa spójności?
27. Jaki graf nazywamy drzewem ? Czy droga jest drzewem ? Czy cykl jest drzewem? Jaki graf nazywamy lasem ?
28. Własności grafów nazywanych drzewami.
29. Problem minimalnego drzewa rozpinającego. Podaj przykład zastosowania.
30. Algorytm Kruskala. Omów na przykładzie.
31. Omów na przykładzie algorytm przeszukiwania grafu wszerz.
32. Omów na przykładzie algorytm przeszukiwania grafu włąb.

33. Co to jest cykl Eulera w grafie i kiedy istnieje ? Podaj przykład grafu, który nie posiada cyklu Eulera.
34. Algorytm Fleury'ego. Omów na przykładzie.
35. Problem chińskiego listonosza.
36. Co to jest cykl Hamiltona ? Problem komiwojażera.
37. Dobry  $k$ -pokolorowanie wierzchołków grafu. Co to jest liczba chromatyczna grafu ? Ile wynosi liczba chromatyczna cyklu o 5 wierzchołkach ?
38. Dobry  $k$ -pokolorowanie krawędzi grafu. Co to jest indeks chromatyczny grafu ? Ile wynosi indeks chromatyczny grafu pełnego o 5 wierzchołkach ?
39. Co to jest graf dwudzielny ? Jakie dwie wartości może przyjmować indeks chromatyczny? Jakiej wielkości jest równy indeks chromatyczny dowolnego grafu dwudzielnego?
40. Jaki graf nazywamy płaskim? Co to jest reprezentacja płaska grafu? Podaj przykład grafu, który nie jest płaski.
41. Formuła Eulera dla grafów płaskich i wnioski. Wykorzystując dowolny z wniosków wykaż, że graf pełny o 5 wierzchołkach nie jest płaski.
42. Twierdzenie Kuratowskiego. Zastosuj dla dowolnego grafu, który nie jest płaski.
43. O czym mówi hipoteza czterech kolorów ? Co to jest grubość grafu ?

**UWAGA! Pytania na zaliczeniu wykładu mogą różnić się od podanych powyżej przykładów !!**