

# MATEMATYKA DYSKRETNA

Zarządzanie - semestr 2

## Program wykładu.

### Część 1. Kombinatoryka.

1. Elementarne pojęcia (zbiór, relacja dwurgumentowa, ciąg, funkcja).
2. Powtórzenie niektórych wiadomości ze szkoły średniej: Działania na zbiorach. Własności funkcji (różnowartościowa, "na", bijekcja). Zasada indukcji matematycznej.
3. Podstawowe struktury kombinatoryczne (kombinacje, permutacje, wariacje). Schematy wyboru. Związki między obiektami kombinatorycznymi a funkcjami.
4. Zliczanie prostych obiektów kombinatorycznych. Prawo dodawania i prawo mnożenia. Ilość wszystkich permutacji, kombinacji, wariacji (bez powtórzeń i z powtórzeniami).
5. Symbol Newtona. Definicja kombinatoryczna i podstawowe własności. Wzór Newtona i jego zastosowanie do dowodzenia tożsamości kombinatorycznych. Kodowanie zbiorów za pomocą ciągów binarnych.
6. Podział zbioru. Liczby Stirlinga drugiego rodzaju. Podziałliczby naturalnej. Diagram Ferrersa. Liczba wszystkich podziałów liczby  $n$  na  $k$  składników. Ilość wszystkich podziałów zbioru dla różnych schematów podziału.
7. Generowanie podstawowych obiektów kombinatorycznych. Algorytm generowania wszystkich permutacji. Algorytmy generowania wszystkich podzbiorów zbioru. Algorytm generowania wszystkich podziałów zbioru.
8. Zasada włączania-wyłączania dla trzech zbiorów i dla dowolnej liczby zbiorów. Nieporządek. Ilość wszystkich nieporządków.
9. Rekurencja. Tworzenie zależności rekurencyjnych. Metoda "naiwna" rozwiązywania równań rekurencyjnych. Pojęcie funkcji tworzącej. Metoda rozwiązywania równań rekurencyjnych przy użyciu funkcji tworzących. Ciąg Fibonacciego. Liczba Fidiasza. Złoty podział odcinka. Metoda rozwiązywania równań rekurencyjnych liniowych za pomocą równania charakterystycznego. Zastosowanie funkcji tworzących do zliczania.

### Część 2. Teoria grafów.

10. Podstawowe pojęcia teorii grafów (graf, podgraf, podgraf indukowany, droga, cykl, graf pełny, spójny, skierowany, multigraf, sieć, stopień wierzchołka, izomorfizm grafów).
11. Drzewa - definicja i własności.
12. Problem znajdowania w grafie drzewa rozpinającego o minimalnej wadze. Algorytm Kruskala.
13. Algorytmy przeszukiwania grafów (metoda przeszukiwania "w głąb" i metoda przeszukiwania "wszerz").)
14. Ścieżka i cykl Eulera. Twierdzenie Eulera o istnieniu cyklu Eulera w grafie i wniosek.
15. Algorytm Fleury'ego do znajdowania cyklu Eulera w grafie. Problem chińskiego listonosza.
16. Droga i cykl Hamiltona. Warunek konieczny istnienia cyklu Hamiltona. Problem komiwojażera.
17. Kolorowanie wierzchołków i krawędzi grafu. Pojęcia liczby chromatycznej i indeksu chromatycznego grafu. Twierdzenie Brooksa i twierdzenie Vizinga. Grafy dwudzielne.

18. Grafy płaskie. Podstawowe pojęcia: reprezentacja płaska, region, podpodział, graf dualny. Formuła Eulera dla grafów płaskich i wnioski. Twierdzenie Kuratowskiego. Twierdzenie o 5-pokolorowaniu grafów planarnych. Hipoteza czterech barw. Grubość grafu.

**Literatura podstawowa:**

1. V. Bryant, *Aspekty kombinatoryki*, WNT.
2. Z.Palka, A. Ruciński, *Wykłady z kombinatoryki, część 1*, WNT.
3. R.J. Wilson *Wstęp do teorii grafów*, WNT.

**Literatura uzupełniająca:**

1. T.H. Cormen, C.E. Leiserson, R.L. Rivest *Wprowadzenie do algorytmów*, WNT.
2. N. Deo, *Teoria grafów i jej zastosowania w technice i informatyce*, PWN.
3. R.L. Graham. D.E. Knuth, O. Patashnik, *Matematyka konkretna*, PWN.
4. W. Lipski *Kombinatoryka dla programistów*, WNT.
5. W. Lipski, W. Marek *Analiza kombinatoryczna*, PWN.
6. K.A. Ross, C.R.B. Wright, *Matematyka Dyskretna*, PWN.
7. M.M. Sysło, N. Deo, J.S. Kowalik *Algorytmy optymalizacji dyskretnej*, PWN.