

## MDM1 Zliczanie

1.1 Ile różnych ciągów liter można otrzymać mieszając litery w słowach:

a) komputer, b) matematyka.

1.2 Dwoje dzieci zebrało 10 rumianków, 16 bławatków i 14 niezapominajek. Na ile sposobów mogą się podzielić kwiatkami?

1.3 Za przesłanie listu poleconego trzeba zapłacić 18 złotych. Mamy nieograniczony zapas znaczków pocztowych o nominałach 4 zł, 6 zł i 10 zł. Na ile sposobów można nakleić znaczki na kopertę, jeśli dwa sposoby różniące się kolejnością naklejenia uważamy za różne?

1.4 Ile jest palindromów długości  $n$  (zakładamy, że alfabet ma 26 liter)?

1.5 Ile jest liczb czterocyfrowych, których wszystkie cyfry należą do zbioru  $[5]$ , a ile takich, których cyfry należą do zbioru  $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ ?

1.6 Ile jest liczb pięciocyfrowych wyglądających tak samo przed i po odwróceniu o kąt  $180^\circ$ ? Zakładamy, że następujące pary cyfr odpowiadają sobie przed i po odwróceniu  $0 - 0, 1 - 1, 6 - 9, 8 - 8, 9 - 6$ .

1.7 Na ile sposobów można wybrać 6 kart z talii 52 tak, aby wśród nich były karty wszystkich czterech kolorów?

1.8 Ile jest liczb sześciocyfrowych, których suma cyfr jest liczbą parzystą?

1.9 Na ile sposobów można zestawić trzy pary spośród  $n$  szachistów?

1.10 Udowodnić, że zbiór  $(m \cdot n)$ -elementowy można podzielić na  $m$  zbiorów  $n$ -elementowych na

$$\frac{(mn)!}{m!(n!)^m}$$

sposobów.

1.11 Ile jest liczb pomiędzy 0 a  $10^n$ , w których nie występują obok siebie dwie jednakowe cyfry?

1.12 W kinie grane są trzy filmy. W każdej z trzech rozróżnialnych kas sprzedawane są bilety na inny film. Do kina wkracza jednocześnie dziesięć osób, które spontanicznie decyduje, na który film pójdzie. Ile jest możliwych konfiguracji kolejek do kas?

1.13 W sklepie jest  $k$  rodzajów kart pocztowych. Na ile sposobów można wysłać pozdrowienia do  $n$  przyjaciół, jeśli każdy ma otrzymać

a) dokładnie jedną kartkę?

b) dokładnie jedną kartkę, ale każdy inną?

c) parę różnych kartek?

d) parę różnych kartek, ale każdy inną parę?

e) parę różnych kartek, ale żadnych dwóch przyjaciół nie dostanie takiej samej kartki?

1.14 Mamy  $k$  różnych kart pocztowych. Chcemy je wysłać do  $n$  przyjaciół. Na ile sposobów możemy to zrobić, przy założeniu, że każda osoba może otrzymać dowolną liczbę kart (włącznie z zerem)?

Jaka będzie odpowiedź, jeśli założymy dodatkowo, że każdy przyjaciel ma otrzymać kartkę?

1.15 Ile jest ciągów binarnych długości  $n$ , w których występuje dokładnie  $k$  jedynek takich, że żadne dwie jedynki nie stoją obok siebie?

1.16 Znaleźć liczbę podzbiorów  $k$ -elementowych zbioru  $[n]$  nie zawierających żadnej pary kolejnych liczb.

1.17 Na półce stoi 12 książek. Na ile sposobów można wybrać spośród nich 5 książek, aby nie było wśród nich żadnych dwóch stojących obok siebie?

1.18 Przy okrągłym stole zasiada 12 osób. Na ile sposobów można wybrać spośród nich 5 osób tak, aby nie została wybrana żadna para osób siedzących obok siebie?

1.19 Ile różnych wyników można otrzymać rzucając jednocześnie  $n$  kostkami zakładając, że

a) kostki są rozróżnialne;

b) kostki są nierozróżnialne?

1.20 W skład pięcioosobowej komisji mogą wejść przedstawiciele dziesięciu narodowości. Na ile sposobów można wybrać komisję, aby nie składała się wyłącznie z przedstawicieli jednej narodowości?

1.21 Na ile sposobów można rozdzielić 5 jednakowych jabłek, 6 jednakowych pomarańczy i 4 jednakowe gruszki wśród 3 dzieci.

1.22 Ile jest permutacji zbioru  $[n]$ , w których

a) liczby 1, 2 nie sąsiadują ze sobą;

b) liczby 1, 2, 3 nie tworzą trzech kolejnych wyrazów (niezależnie od porządku).

1.23 Ile jest  $n$ -cyfrowych liczb naturalnych, w których cyfry występują w porządku niemalejącym?

1.24 Na ile sposobów można podzielić  $k$  złotych pomiędzy  $n$  osób przy założeniu, że każda osoba musi otrzymać co najmniej jedną złotówkę?

Jaka jest odpowiedź, gdy opuścimy powyższe założenie?