

MDM9 KOŁOROWANIE GRAFÓW

9.1 Udowodnić, że $\chi'(K_{r,s}) = \max(r, s)$.

9.2 Jaka jest liczba chromatyczna grafu otrzymanego z grafu pełnego K_n przez wyrzucenie

- a) jednej krawędzi,
- b) dwóch krawędzi,
- c) trzech krawędzi tworzących trójkąt.

9.3 Pokazać, że $\chi'(K_{2k+1}) = 2k + 1$ oraz $\chi'(K_{2k}) = 2k - 1$.

9.4 Udowodnić, że jeśli G jest 3 regularnym grafem hamiltonowskim to $\chi'(G) = 3$.

9.5 Pokazać, że dla dowolnego grafu G zachodzi:

$$e(G) \geq \binom{\chi(G)}{2}.$$

9.6 Pokazać, że:

- a) $\chi(G)\chi(\overline{G}) \geq n$,
- b) $\chi(G) + \chi(\overline{G}) \geq 2\sqrt{n}$,
- c) $\chi(G) + \chi(\overline{G}) \leq n + 1$,
- d) $\chi(G)\chi(\overline{G}) \leq \frac{(n+1)^2}{4}$.

9.7* Niech G będzie spójnym grafem k -regularnym. Pokazać, że $\chi'(G) = k + 1$, gdy spełniony jest jeden z warunków:

- a) G ma nieparzystą liczbę wierzchołków,
- b) G ma wierzchołek rozcinający.