

1. **Zadania z kartek MDM7 i MDM8**

2. Udowodnić, że graf k -regularny o $2k - 1$ wierzchołkach ma cykl Hamiltona.
3. Jeśli w grafie G każde dwa wierzchołki są połączone drogą Hamiltona to $\kappa(G) \geq 3$.
4. Jeśli $\kappa'(G)$ jest liczbą nieparzystą to G nie ma obwodu Eulera.
5. Wykazać, że jeśli graf o n wierzchołkach ($n > 4$) ma co najmniej $\binom{n-2}{2} + n$ krawędzi to jest dwuspójny.
6. Czy każdy graf eulerowski jest dwuspójny a) wierzchołkowo, b) krawędziowo ?
7. Czy istnieje graf 3-regularny o spójności krawędziowej 1?
8. Czy dla dowolnego grafu G zachodzi $\kappa'(G) = \kappa(L(G))$,
9. Czy w dowolnym grafie G zachodzi $\kappa'(G) \leq \frac{2e(G)}{|G|}$.
10. Jeśli G jest grafem dwudzielnym o $n \geq 4$ wierzchołkach $\delta(G) > \frac{n+1}{4}$ to G jest dwuspójny.
Wskazówka: wskazówkę powinno się czytać dopiero po uczciwym zastanowieniu się bez wskazówki - zatem jeśli ktoś nie zastanawiał się to proszę nie czytać dalej wskazówki tylko zastanowić się samemu na poważnie. a jeśli ktoś się zastanawiał i nie ma pomysłu, albo miał i żaden pomysł się nie sprawdził to może przeczytać wskazówkę: ile może być najwięcej krawędzi w grafie dwudzielnym?
11. Wykazać, że jeśli graf G nie jest grafem pełnym i dla dowolnej pary wierzchołków nie połączonych krawędzią suma ich stopni jest równa co najmniej $|G|$ to G jest dwuspójny.
12. Wykazać, że dla każdej liczby naturalnej $k > 2$ istnieje graf k -spójny niehamiltonowski.