

PROCESY STOCHASTYCZNE
KOŁOKWIUM 1 PRZYKŁADOWE

1. Wyznacz wartość oczekiwaną i odchylenie standardowe następującego procesu stochastycznego:
 $P(X_t = -t) = 0.1, P(X_t = t) = 0.4, P(X_t = 2t) = 0.5$ dla $t \in (0, 1)$.
2. Niech X_t będzie liczbą istniejących stadionów spełniających wymogi UEFA w Polsce po okresie czasu t (lat) od przyznania Polsce Euro 2012, $t \in (0; +\infty)$. Przyjmijmy, że proces stochastyczny X_t ma rozkład Poissona z parametrem $\lambda = 2$. Niech Y oznacza czas między momentami oddania kolejnych takich stadionów. Oblicz a) $P(Y \geq 4)$, b) $P(1 \leq Y < 4)$, c) wartość oczekiwaną liczby istniejących w Polsce takich stadionów po okresie czasu t od przyznania Polsce EURO 2012.
3. Dany jest proces (X_t) błędzenia przypadkowego cząsteczki po osi OX (X_t -oznacza stan cząsteczki w chwili t). Wiadomo, że w momencie $t = 0$ cząsteczka jest w stanie 3 oraz w momentach $k \cdot \Delta t$, $k = 1, 2, 3, \dots$ cząsteczka wykonuje albo skok w prawo o 1 z prawdopodobieństwem p albo w lewo o 1 z prawdopodobieństwem q albo pozostaje w danym stanie z prawdopodobieństwem $r = 1 - p - q$. W punktach $x = \frac{1}{2}$ oraz $x = \frac{9}{2}$ są ekrany odbijające.
 - a) Oblicz wartość oczekiwaną tego procesu dla $t \in (0; 3\Delta t)$.
 - b) Czy proces ten jest jednorodny? Odpowiedź uzasadnij.

PROCESY STOCHASTYCZNE
KOŁOKWIUM 1 PRZYKŁADOWE

1. Wyznacz wartość oczekiwaną i odchylenie standardowe następującego procesu stochastycznego:
 $P(X_t = -t) = 0.1, P(X_t = t) = 0.4, P(X_t = 2t) = 0.5$ dla $t \in (0, 1)$.
2. Niech X_t będzie liczbą istniejących stadionów spełniających wymogi UEFA w Polsce po okresie czasu t (lat) od przyznania Polsce Euro 2012, $t \in (0; +\infty)$. Przyjmijmy, że proces stochastyczny X_t ma rozkład Poissona z parametrem $\lambda = 2$. Niech Y oznacza czas między momentami oddania kolejnych takich stadionów. Oblicz a) $P(Y \geq 4)$, b) $P(1 \leq Y < 4)$, c) wartość oczekiwaną liczby istniejących w Polsce takich stadionów po okresie czasu t od przyznania Polsce EURO 2012.
3. Dany jest proces (X_t) błędzenia przypadkowego cząsteczki po osi OX (X_t -oznacza stan cząsteczki w chwili t). Wiadomo, że w momencie $t = 0$ cząsteczka jest w stanie 3 oraz w momentach $k \cdot \Delta t$, $k = 1, 2, 3, \dots$ cząsteczka wykonuje albo skok w prawo o 1 z prawdopodobieństwem p albo w lewo o 1 z prawdopodobieństwem q albo pozostaje w danym stanie z prawdopodobieństwem $r = 1 - p - q$. W punktach $x = \frac{1}{2}$ oraz $x = \frac{9}{2}$ są ekrany odbijające.
 - a) Oblicz wartość oczekiwaną tego procesu dla $t \in (0; 3\Delta t)$.
 - b) Czy proces ten jest jednorodny? Odpowiedź uzasadnij.