STATYSTYKA

KOLOKWIUM 1 - WZÓR

1A) Wśród 10 bombek 6 jest dobrych. Wybieramy losowo 3 bombki a) ze zwracaniem b) bez zwracania. Oblicz prawdopodobieństwo, że wśród wylosowanych bombek będą dokładnie 2 dobre.

1B) Prawdopodobieństwo trafienia przez strzelca w cel wynosi wynosi 0.25. Ile musi oddać niezależnych strzałów aby prawdopodobieństwo, że co najmniej jeden raz trafił w cel było większe od $\frac{5}{6}$

2A) Na linii łączności nadaje się tylko dwa rodzaje sygnałów A i B z prawdopodobieństwami odpowiednio $\frac{16}{100}, \frac{84}{100}$. Z powodu zakłóceń $\frac{1}{8}$ sygnałów A odbierana jest jako B, a $\frac{1}{6}$ sygnałów B odbierana jest jako A. Oblicz prawdopodobieństwo, że
a)odebrano sygnał A, b)nadano sygnał B jeśli odebrano sygnał B.

2B) W fabryce są trzy maszyny A,B,C produkujące kule do urn. Maszyna A produkuje kule zielone, maszyny B i C produkują kule czerwone. Produkcja każdej z maszyn stanowi $\frac{1}{3}$ całej produkcji. Maszyny A, B, C wypuszczają odpowiednio $2\%, 4\%, 5\%$ braków. Wylosowano wyprodukowaną kulę. Oblicz prawdopodobieństwo, że jest to
a) wybrakowana kula,
b) kula czerwona jeśli stwierdzono, że jest to wybrakowana kula.

3A) Gęstość zmiennej losowej X ma postać:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{b}{x^4} & , \text{ dla } |x| \geq 1 \\ 0 & , \text{ dla pozostałych x} \end{cases}$$

a) Obliczyć stałą b. b) Znaleźć dystrybuantę zmiennej losowej X. c) Obliczyć i zaznaczyć na wykresach gęstości i dystrybuanty $P(-4 < X \leq 2)$. d) Znaleźć wartość oczekiwaną zmiennej losowej X.

3B) Zmienna losowa X ma funkcję prawdopodobieństwa postaci: $P(X=-2)=\frac{1}{8}$, $P(X=-1)=\frac{3}{8}$, $P(X=-0)=\frac{1}{8}$, $P(X=1)=c$, $P(X=2)=\frac{1}{8}$, Znaleźć a) stałą c, b) dystrybuantę zmiennej losowej X, c) rozkład prawdopodobieństwa zmiennej losowej $Y=(X+1)^2$, d) medianę Y, e)wariancję Y.

4A) Wykonano 1000 pomiarów pewnej odległości. Wynik pomiaru obarczony jest błędem, który ma rozkład $N(0; 0.2)$. Korzystając z przybliżenia rozkładu dwumianowego rozkładem Poissona oblicz prawdopodobieństwo tego, że dokładnie dwa pomiary będą obarczone błędem co do modułu większym niż 0.6.

4B) Wynik pomiaru obarczony jest błędem, który ma rozkład równomierny $U(-5, 5)$. Ilu co najmniej pomiarów trzeba dokonać by z prawdopodobieństwem większym niż 0.96 móc twierdzić, że co najmniej jeden wynik będzie obarczony błędem co do modułu większym niż 4.

PUNKTACJA: Zadanie 1 - 4 punkty, zadanie 2 - 4 punkty, zadanie 3 - 6 punktów, zadanie 4 - 4 punkty.

UWAGA! Kolokwium będzie składać się z 4 zadań. Jednego pierwszego, jednego drugiego, jednego trzeciego i jednego czwartego. Czas - 90 minut.

ODPOWIEDZI:

1A) a) $\frac{3 \cdot 6^2 \cdot 4}{10^3}$, b) $\frac{3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6}{10 \cdot 9 \cdot 8}$. 1B) $n > \log_{\frac{3}{4}}(\frac{1}{6})$.

2A) a) $\frac{16}{100} \cdot \frac{7}{8} + \frac{84}{100} \cdot \frac{1}{6}$, b) $\frac{\frac{84}{100} \cdot \frac{5}{6}}{\frac{16}{100} \cdot \frac{1}{8} + \frac{84}{100} \cdot \frac{5}{6}}$. 2B) a) $\frac{1}{3} \cdot 0.11$, b) $\frac{9}{11}$.

3A) a) $b = \frac{3}{2}$, c) $\frac{29}{32}$, d) $E(X) = 0$,

$$b)\ F(x) = \begin{cases} \frac{-1}{2x^3} & , \text{ dla } x \leq -1 \\ \frac{1}{2} & , \text{ dla } -1 < x \leq 1 \\ 1 - \frac{1}{2x^3} & , \text{ dla } x > 1 \end{cases}$$

3B) a) $c = \frac{2}{8}$, c) $P(Y=0) = \frac{3}{8}$, $P(Y=1) = \frac{2}{8}$, $P(Y=4) = \frac{2}{8}$, $P(Y=9) = \frac{1}{8}$, d) $Me = 1$, e) $D^2(Y) = \frac{139}{16}$,

$$b)\ F(x) = \begin{cases} 0 & , \text{ dla } x \leq -2 \\ \frac{1}{8} & , \text{ dla } -2 < x \leq -1 \\ \frac{4}{8} & , \text{ dla } -1 < x \leq 0 \\ \frac{5}{8} & , \text{ dla } 0 < x \leq 1 \\ \frac{7}{8} & , \text{ dla } 1 < x \leq 2 \\ 1 & , \text{ dla } 2 < x \end{cases}$$

4A) $18e^{-6}$, 4B) $n > \log_{0.8}(0.04)$.