STATYSTYKA
dr inż Krzysztof Bryś

Wykład 6

Twierdzenia graniczne

Tw. Poissona: Jeżeli $(X_1, \ldots, X_n)$ jest ciągiem niezależnych zmiennych losowych o rozkładzie $B(n, p_n)$ oraz $\lim_{n\to+\infty} n \cdot p_n = \lambda$, $\lambda > 0$, to ciąg rozkładów zmiennych losowych $X_1, \ldots X_n$ jest zbieżny do rozkładu Poissona z parametrem λ.

Wnioski praktyczne z twierdzenia Poissona:
Dla "dużych" n i "małych" p ($n \geq 100$, $p \leq 0.1$) zmienna losowa o rozkładzie $B(n, p)$ ma w przybliżeniu rozkład Poissona z parametrem $\lambda = n \cdot p$,

Tw. Lindberga- Levy'ego: Jeżeli $(X_1, \ldots, X_n)$ jest ciągiem niezależnych zmiennych losowych o jednakowym rozkładzie, wartości oczekiwanej m i wariancji $\sigma^2 > 0$, to ciąg dystrybuant zmiennych losowych $Y_n = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i - n\cdot m}{\sigma\cdot\sqrt{n}}$ jest zbieżny do dystrybuanty Φ zmiennej losowej o rozkładzie $N(0, 1)$.

Wnioski praktyczne z twierdzenia Lindberga Levy'ego:
Jeżeli $X_1, \ldots, X_n$ są niezależnymi zmiennymi losowymi o jednakowym rozkładzie, wartości oczekiwanej m i wariancji $\sigma^2 > 0$, to dla "dużych" n ($n \geq 100$):
1) suma tych zmiennych losowych czyli zmienna losowa $Y_n = X_1 + \ldots + X_n$ ma w przybliżeniu rozkład $N(m \cdot n, \sigma \cdot \sqrt{n})$,
2)średnia arytmetyczna tych zmiennych czyli zmienna losowa $Z_n = \frac{Y_n}{n} = \frac{X_1+\ldots+X_n}{n}$ ma w przybliżeniu rozkład $N(m, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$,

Tw. Moivre'a-Laplace'a: Jeżeli $(X_1, \ldots, X_n)$ jest ciągiem niezależnych zmiennych losowych o rozkładzie B(n,p) to ciąg dystrybuant zmiennych losowych $Y_n = \frac{X_n - n\cdot p}{\sqrt{n\cdot p\cdot q}}$ jest zbieżny do dystrybuanty Φ zmiennej losowej o rozkładzie $N(0, 1)$.

Wnioski praktyczne z twierdzenia Moivre'a-Laplece'a:
Dla "dużych" n ($n \geq 100$):
1) liczba sukcesów w schemacie Bernoulliego czyli zmienna losowa X o rozkładzie $B(n, p)$ ma w przybliżeniu rozkład $N(n \cdot p, \sqrt{n \cdot p \cdot q})$,
2) częstość występowania sukcesu w schemacie Bernoulliego czyli zmienna losowa $Y = \frac{X}{n}$, gdzie X jest zmienną losową o rozkładzie $B(n, p)$, ma w przybliżeniu rozkład $N(p, \sqrt{\frac{p\cdot q}{n}})$.