

## PODSATWY BIOSTATYSTYKI dla ZM II

dr inż Krzysztof Bryś

Wykład 3 i 4

**Estymacja punktowa**

**estymator parametru**  $\Theta$  - statystyka (funkcja próby), której wartość zależy od rzeczywistej wielkości parametru  $\Theta$  rozkładu populacji.

**estymacja punktowa** - szacowanie nieznannej wartości parametru  $\Theta$  na podstawie próby; polega na wyznaczeniu z próby wartości  $u_n$  estymatora  $U_n$  parametru  $\Theta$  i przyjmowaniu tej wartości za oszacowanie  $\Theta$ .

Estymatory wartości oczekiwanej: średnia z próby  $\bar{x}$ , mediana z próby  $x_{0.5,n}$ .

Estymatory wariancji: wariancja z próby  $s^2$ ,  $s_1^2 = \frac{n}{n-1}s^2$  (lepszy dla rozkładu  $N(m, \sigma)$ ).

**Estymacja przedziałowa**

**Przedziałem ufności dla parametru  $\theta$  na poziomie ufności  $1 - \alpha$**  nazywamy przedział  $(\theta_1, \theta_2)$  spełniający warunki

a)  $\theta_1, \theta_2$  są funkcjami próby,

b)  $P(\theta_1 < \theta < \theta_2) = 1 - \alpha$

**Uwagi:**

1) Przedział ufności zmienia się wraz z próbą.

2) Nieznana wartość parametru może być albo nie być w utworzonym przedziale ufności.

3) Można stworzyć nieskończenie wiele przedziałów ufności na danym poziomie ufności.

4) Częstość występowania prób, dla których zbudowany przedział ufności na poziomie ufności  $1 - \alpha$  zawiera nieznaną wartość parametru  $\theta$  wynosi w przybliżeniu  $1 - \alpha$  (dla "dużej" liczby próbek).

**Konstrukcja przedziału ufności:**

1) Wybieramy estymator  $U_n = U_n(\theta)$ , którego rozkład dokładny lub asymptotyczny jest znany.

2) Dla danego  $\alpha \in (0, 1)$  dobieramy liczby  $a, b$  tak aby  $P(a \leq U_n \leq b) = 1 - \alpha$ . (najczęściej dobieramy symetrycznie tzn. tak by  $P(U_n < a) = P(U_n > b) = \frac{\alpha}{2}$ )

3) Jeśli nierówność  $a \leq U_n \leq b$  da się zastąpić przez  $\theta_1 \leq \theta \leq \theta_2$ , to przedział ufności jest postaci:  $(\theta_1, \theta_2)$

**Zagadnienie minimalnej liczności próby**

Niech  $\Delta$ -maksymalny dopuszczalny błąd oszacowania (maksymalny dopuszczalny promień przedziału ufności).

**- przy szacowaniu wartości oczekiwanej  $m$** 

Korzystamy z Modelu 3 (zakładamy, że  $n \geq 100$ ): Promień przedziału ufności =  $\frac{u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \sigma}{\sqrt{n}} \leq \Delta$  a zatem

$$n \geq \left( \frac{u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \sigma}{\Delta} \right)^2$$

**- przy szacowaniu wskaźnika struktury  $p$  (prawdopodobieństwa sukcesu w schemacie Bernoulliego)**

Promień przedziału ufności =  $u_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\frac{Z_n}{n}(1-\frac{Z_n}{n})}{n}} \leq \Delta$  a zatem

$$n \geq \frac{(u_{1-\frac{\alpha}{2}})^2 \cdot \frac{Z_n}{n}(1-\frac{Z_n}{n})}{\Delta^2},$$

gdzie  $p_0 = \frac{Z_n}{n}$  - przypuszczalna wartość  $p$  jest wyznaczana z badania wstępnego (pilotażowego), szacowana na podstawie wyników poprzednich badań lub przyjmuje się  $p_0 = \frac{1}{2}$ .