MATEMATYKA DYSKRETNA - Zarządzanie
ZADANIA
CZĘŚĆ 2. WZÓR NEWTONA. PODZIAŁY ZBIORÓW. PODZIAŁY LICZB.

1. Korzystając z wzoru Newtona oblicz:
   a) $(1+x)^6$,
   b) $(1-x)^6$.
2. Korzystając z wzoru Newtona oblicz:
   a) $\sum_{k=0}^{n} 2^k \binom{n}{k}$,
   b) $\sum_{k=1}^{50} k3^k \binom{50}{k}$,
   c) $\sum_{k=1}^{100} 5^k \binom{100}{k}$.
3. Udowodnij następujące tożsamości:
   a) $\binom{2n}{2} = 2\binom{n}{2} + n^2$,
   b) $k\binom{n}{k} = n\binom{n-1}{k-1}$,
   c) $\sum_{k=1}^{n} k^2 \binom{n}{k} = n(n+1)2^{n-2}$.
4. Oblicz
   a) $S(n, n-1)$ dla $n \geq 2$, b) $S(n, 2)$ dla $n \geq 2$, c) $S(5, 3)$, d) $S(7, 5)$, e) $S(7, 4)$.
5. Oblicz
   a) $P(n, 2)$ dla $n \geq 2$, b) $P(11, 4)$, c) $P(9, 5)$, d) $P(13, 8)$, e) $P(n, n-5)$ dla $n \geq 10$.
6. Znajdź wszystkie podziały zbioru 5-elementowego.
7. Znajdż wszystkie podziały zbioru 7-elementowego na 2 bloki.
8. Znajdź wszystkie podziały liczby 9 na 4 składniki.
9. Znajdź wszystkie podziały liczby 10.
10. Na ile sposobów można pomalować 10 identycznych pokoi w akademiku jeśli można użyć w każdym pokoju jednej z pięciu farb: różowej, pomarańczowej, zielonej, czarnej i fioletowej.?
11. Na ile sposobów można podzielić 5 kanapek na 3 nierozróżnialne talerze przy czy na każdym talerzu może być dowolna liczba kanapek (włącznie z zerem) oraz a) kanapki są jednakowe, b) każda kanapka jest inna.
12. Na ile sposobów można rozdzielić 6 (różnych) turystów do 4 pokoi jeśli w każdym pokoju może być dowolna liczba turystów oraz a) pokoje są jednakowe b) każdy pokój jest inny?
13. Na ile sposobów można rozdzielić 5 kwiatków wśród 3 (różnych) panien jeśli każda panna może dostać dowolną liczbę kwiatków (włącznie z zerem) oraz kwiatki są a) jednakowe b) różne?
14. Ile jest mozliwych sposobów rozmieszczenia 6 żołnierzy w 3 jednakowych samochodach jeśli w każdym samochodzie musi byċ co najmniej jeden żołnierz oraz a) żołnierze są rozróżnialni b) żołnierz są nierozróżnialni (zamaskowani) ?
15. Pokazać, że $P(2n, n) = P(n)$.
16. Pokazać, że liczba podziałów liczby n na k składników jest równa liczbie podziałów liczby n o największym składniku k.
17. Pokazać, że liczba podziałów liczby n na składniki parzyste jest równa liczbie podziałów liczby n, w których każdy składnik występuje parzystą liczbę razy.

ODPOWIEDZI DO ZADAŃ Z CZĘŚC 1:

1) a) $9!$, b) $\frac{11!}{2!\cdot 3!}$; 2)a) $n! - 2!\cdot(n-1)!$, b) $n! - 3!\cdot(n-2)!$. 3) 10; 4) a) 245, b) 163; 5) $\binom{n}{2} - n$. 6) $\binom{16}{5}5!$; 7) a) $\binom{5}{3}$, b) $\binom{5}{3}\cdot 3!$; 8) 216; 9)a) $\binom{m}{k}\binom{n}{l}$, b) $\binom{m}{k}\binom{n}{l}(k+l)!$; 10) $\binom{n}{6}\cdot 15$; 11) $\binom{14}{5} - 10$; 12) a) 216, b) 56; 13) $11\cdot 17\cdot 15$; 15) $\frac{20!}{(4!)^5}$; 16) $\frac{8!}{5!3!}$; 17) $\binom{7}{5}\binom{8}{6}\binom{6}{4}$; 18) $4\cdot 10^5$; 19)a) k^n, b) $\frac{k!}{(k-n)!}$, c) $\binom{k}{2}^n$; 20) $2!\cdot(n-1)!$; 22) 264; 23)a) $\binom{n-1}{n-k}$, b) $\binom{k+n-1}{n}$.