MATEMATYKA DYSKRETNA - Zarządzanie

ZADANIA PRZYGOTOWUJĄCE DO KOLOKWIUM ZALICZAJĄCEGO ĆWICZENIA

1. Pralka kosztuje 1 tys euro. Klient kupuje ją w ramach sprzedaży ratalnej. Co miesiąc do sumy do spłacenia doliczane jest 25% rzeczywistych odsetek a klient spłaca ratę w wysokości 0.1 tys euro. Znajdź wzór jawny na s_n sumę pozostającą do spłacenia po n miesiącach.
2. Ile można utworzyć liczb z cyfr: 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9
   a) większych od 223 i mniejszych od 667;
   b) większych od 223 i mniejszych od 667 i o różnych cyfrach.
3. Ile jest liczb naturalnych niewieększych od 2000, które nie są podzielne przez żadną z następujących liczb : 6, 8, 12?
4. Korzystając z wzoru Newtona oblicz:
   $\sum_{k=0}^{100} k \cdot 2^k \cdot \binom{100}{k}$.
5. Znajdź wszystkie nieizomorficzne drzewa o 7 wierzchołkach.
6. Oblicz $S(8, 4)$.
7. Na ile sposobów można podzielić 20 jednakowych cukierków i 15 różnych ciasteczek wśród pięciorga (rozróżnialnych) dzieci?
8. Znajdź wzór jawny na n-ty wyraz ciągu danego równaniem rekurencyjnym :
   $a_n = 2a_{n+1} + 1$, dla $n \geq 1$, $a_0 = 1$
9. Na ile sposobów można podzielić 9 jednakowych kanapek na 4 nierozróżnialne talerze przy czy na każdym talerzu może być dowolna liczba kanapek (włącznie z zerem).
10. Każdy z 42 studentów uczęszcza na co najmniej jeden z następujących języków: niemiecki, angielski, francuski. 12 uczęszcza na angielski i niemiecki, 15 na francuski (i być może inny), 18 na niemiecki (i być może na inny), 25 na angielski lub niemiecki. Ilu uczęszcza na wszystkie 3 języki?
11. Znaleźć funkcje tworzące dla następujących ciągów:
    a) $a_n = 8^n$, $n = 0, 1, 2, \ldots$,
    b) $a_n = \begin{cases} (n+1)(n+2), & n = 0, 1, \ldots N, \\ 0, & n \geq N+1 \end{cases}$,
    c) $a_n = 6n$, $n = 0, 1, 2, \ldots$.
12. Po prywatce, każdy z 4 studentów wychodzi w losowo wybranej kurtce. Na ile sposobów mogą ubrać kurtki tak aby żaden nie wyszedł w swojej.
13. Znaleźć funkcje tworzące $F(x)$ dla ciągu $(A(n))$ znając funkcje tworzące $f(x)$ dla ciągu $(a(n))$:
    a) $A_n = a_{n+1} - a_n$, $n = 0, 1, 2, \ldots$,
    b) $A_n = \begin{cases} 0, & n = 0, 1, \ldots, k-1, \\ a_{n-k}, & n \geq k \end{cases}$, gdzie k-ustalona liczba naturalna.
14. Oblicz $P(12, 8)$.
15. Makler giełdowy ma do wyboru 10 rodzajów akcji i 7 rodzajów obligacji. Na ile sposobów może wybrać spośród nich 6 rodzajów akcji i 5 rodzajów obligacji a) nie uwzględniając kolejności wybierania; b) uwzględniając kolejność wybierania?
16. Na ile sposobów można wybrać 10 piłek spośród 5 piłek czerwonych, 7 piłek niebieskich i 12 piłek zielonych jeśli piłki jednego koloru są nierozróżnialne.
17. Pewna firma oszukała w pierwszym miesiącu działalności 100 osób a w drugim miesiącu juz 500. W każdym następnym miesiącu liczba oszukanych osób była sumą liczby osób oszukanych w poprzednim miesiącu pomnożonej przez 7 i liczby osób oszukanych w przedostatnim miesiącu pomnożonej przez 8. Znajdź wzór jawny na f_n -liczbę osób oszukanych przez tą firmę w n-tym miesiącu działalności.
18. Sprawdź czy istnieje graf o następującym ciągu stopni wierzchołków (jeśli istnieje, to narysuj, jeśli nie, to uzasadnij dlaczego):
    a) $(7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, 0)$, b) $(5, 5, 5, 3, 3, 3)$, c) $(6, 6, 4, 4, 3, 3, 2)$.

19. Na ile sposobów można wybrać z półki sklepowej 25 butelek piwa bezalkoholowego spośród trzech rodzaji A, B i C jeśli w wybranym zbiorze butelek powinno być
a) co najmniej 5 butelek piwa A,
b) dokładnie 7 butelek piwa B.
Zakładamy, że butelki z piwem jednego rodzaju są nierozróżnialne oraz na półce sklepowej jest co najmniej 25 butelek każdego rodzaju piwa.

20. Spośród 70 studentów każdy myślał, że zaliczy Matematykę Dyskretną lub faktycznie zaliczył lub nie chodził na zajęcia. 40 spośród nich faktycznie zaliczyło Matematykę Dyskretną. Spośród 54 studentów, którzy myśleli, że zaliczą 34 faktycznie zaliczyło. Spośród 30, którzy nie chodzili na zajęcia 19 myślało, że zaliczy a 2 spośród tych co nie chodzili na zajęcia faktycznie zaliczyło Matematykę Dyskretną. Ilu było takich, którzy nie chodzili na zajęcia, myśleli że zaliczą i faktycznie zaliczyli?

21. Na ile sposobów można rozmieścić 5 jednakowych krasnali w 4 szufladach przy czym w każdej szufladzie może być dowolna liczba krasnali (włącznie z zerem) jeśli szuflady są
a)jednakowe, b) różne ?

22. Ile jest możliwych sposobów posadzenia w rzędzie 6 studentów wybranych spośród 30 (rozróżnialnych) studentów ściągających i 20 (rozróżnialnych) studentów nieściągających jeśli w wybranej grupie ma być 3 studentów ściągających i 3 nieściągających

23. Znajdź wszystkie podziały zbioru 5-elementowego na 2 bloki.

24. Ile wynosi liczba chromatyczna grafu otrzymanego z K_n przez usunięcie trzech niesąsiadujących (bez wspólnego wierzchołka) krawędzi?