

WYŻSZA SZKOŁA EKOLOGII I ZARZĄDZANIA  
 ZADANIA ze STATYSTYKI dla ZOM II  
 CZĘŚĆ 2. PRZEDZIAŁY UFNOŚCI.  
 WERYFIKACJA HIPOTEZ. PARAMETRYCZNE TESTY ISTOTNOŚCI.

1. Wytrzymałość pewnego materiału budowlanego ma rozkład normalny. W celu oszacowania nieznaney wytrzymałości tego materiału dokonano pomiarów wytrzymałości pięciu niezależnie wylosowanych sztuk tego materiału. Wyniki pomiarów: 20.4, 19.6, 22.1, 20.8, 21.1. Na poziomie ufności  $1 - \alpha = 0.99$ , znaleźć przedział ufności dla średniej wytrzymałości materiału.
2. Dokonano  $n=100$  pomiarów ciśnienia wody na ostatnim piętrze w bloku i okazało się, że  $\bar{x} = 2.21$ ,  $s^2 = 4.41$ . Znaleźć przedział ufności dla średniej wartości ciśnienia wody na poziomie ufności  $1 - \alpha = 0.99$ .
3. Dokonano 5 pomiarów głębokości dna morskiego. Wyniki pomiarów: 20.4, 19.6, 21.0, 21.2, 19.8. Przyjmujemy, że błąd pomiaru ma rozkład normalny. Na poziomie ufności  $1 - \alpha = 0.9$  znaleźć przedział ufności dla średniej głębokości.
4. Znaleźć przedział ufności dla wariancji pomiaru pewnym przyrządem jeśli otrzymano następujące wyniki pomiarów: 9.01, 9.00, 9.02, 8.99, 8.98, 9.00, 9.00, 9.01, 8.99, 9.00. Poziom ufności  $1 - \alpha = 0.9$ . Zakładamy, że wyniki pomiarów mają rozkład normalny.
5. W celu sprawdzenia dokładności pomiarów za pomocą pewnego przyrządu dokonano 50 pomiarów i otrzymano  $s^2 = 0.00068$ . Zakładając, że błędy pomiarów mają rozkład normalny o nieznanym  $\sigma$ , na poziomie ufności 0.95 znaleźć przedział ufności dla odchylenia standardowego  $\sigma$ .
6. W celu zbadania trwałości pewnego narzędzia wylosowano z bieżącej produkcji 100 sztuk tych narzędzi. Otrzymano następujące wyniki badania trwałości: trwałość 0 – 2 (godz.) : 10 narzędzi; trwałość 2 – 4 : 20 narzędzi; trwałość 4 – 6 : 40 narzędzi; trwałość 6 – 8 : 20 narzędzi; trwałość 8 – 10 : 10 narzędzi. Przy współczynniku ufności  $1 - \alpha = 0.9$  znaleźć przedział ufności dla średniej trwałości urządzenia.
7. Wykonujemy pomiary grubości płytki metalowej. Jak dużą liczbę pomiarów trzeba przeprowadzić, aby na poziomie ufności 0.95 maksymalny błąd oceny nie przekraczał 0.02mm, przy czym zakładamy, że odchylenie standardowe błędów pomiarów  $\sigma = 0.1\text{mm}$ .
8. Ośrodek badania opinii publicznej zapytał 200 losowo wybranych osób czy kupują wyroby drobiarskie firmy "LIS i KOSTKA". 88 osób odpowiedziało twierdząco. Niech  $p$  oznacza prawdopodobieństwo, że losowo wybrana osoba kupuje wyroby tej firmy. Na poziomie ufności  $1 - \alpha = 0.95$  znaleźć przedział ufności dla nieznanego prawdopodobieństwa  $p$ .
9. Do kurnika wpada lis, wybiera losowo (przy pomocy maszyny losującej) 120 kur i dokonuje wśród nich "przełądu przydatności do spożycia" (wadliwości), w wyniku którego 17 spośród wylosowanych kur okazuje się być nieprzydatnymi do spożycia (wadliwymi). Na poziomie ufności  $1 - \alpha = 0.95$  znaleźć przedział ufności dla nieznaney "wadliwości" całej populacji kur w kurniku.
10. W ciągu 100 dni notowano liczbę awarii pewnej sieci wodociągowej. Otrzymano następujące wyniki: 0 awarii - 15 dni, 1 awaria - 20 dni, 2 awarie - 30 dni, 3 awarie - 20 dni, 4 awarie - 15 dni, Znaleźć przedział ufności na poziomie ufności  $1 - \alpha = 0.95$  dla nieznaney średniej liczby awarii występujących jednego dnia. Awarie występują niezależnie od siebie.
11. Na pewnym roku studiów przed egzaminem ze Statystyki wybrano losowo 9 studentów i poddano ich egzaminowi. Otrzymano średnią ocen  $\bar{x} = 4.6$  Wyniki egzaminu mają rozkład  $N(m, 0.5)$ . Na poziomie istotności  $\alpha = 0.01$  zweryfikować hipotezę  $H_0: m = 4.5$  wobec hipotezy alternatywnej  $H_1: m > 4.5$ .

12. W pewnym dużym przedsiębiorstwie zmierzono 100 losowo wybranym pracownikom efektywny czas pracy w ciągu jednego dnia i otrzymano średni czas  $\bar{x} = 4.82(\text{h})$ ,  $s^2 = 1(\text{h})$ . Na poziomie istotności  $\alpha = 0.05$  zweryfikować hipotezę, że średni czas pracy w tym przedsiębiorstwie wynosi 5h ( $H_0: m = 5$ ) przeciw hipotezie: a)  $H_1: m \neq 5$ , b)  $H_1: m < 5$ .
13. Fabryka produkuje opony samochodowe dwiema metodami: starą i nową. Wiadomo, że czas życia opony wyprodukowanej starą metodą ma rozkład  $N(m_0, \sigma)$ ,  $m_0 = 50000(\text{km})$ ,  $\sigma$  jest nieznane. Producent twierdzi, że dla opony wyprodukowanej nową metodą średni czas życia jest większy ( $m > m_0$ ). Zbadano czasy życia 17 opon wyprodukowanych nową metodą i obliczono  $\bar{x} = 55000$ ,  $s = 1100$ . Czy na poziomie istotności  $\alpha = 0.01$  można twierdzić, że opony wyprodukowane nową metodą mają dłuższy czas życia?
14. Producent żarówek twierdzi, że średni czas świecenia żarówki wynosi  $m_0 = 150(\text{dni})$ . W celu zweryfikowania tej hipotezy poddano kontroli  $n = 37$  losowo wybranych żarówek i obliczono średni czas ich świecenia  $\bar{x} = 139$  a odchylenie standardowe  $s = 9.8$ . Wiadomo, że czas świecenia żarówki ma rozkład normalny. Na poziomie istotności  $\alpha = 0.01$  zweryfikować informację producenta.
15. Do kurnika wpada lis i dokonuje pewnym przyrządem pomiarów losowo wybranej kury. Błąd pomiaru ma rozkład normalny. Przeprowadził 10 pomiarów i otrzymał  $s^2 = 0.029$ . Na poziomie istotności  $\alpha = 0.01$  zweryfikować hipotezę, że  $\sigma^2 = 0.0125$  wobec hipotezy alternatywnej  $\sigma^2 > 0.0125$ .
16. Badano wielkość plonu z hektara dla upraw chmielu gatunku "A" i gatunku "B". Zmierzono wielkość plonu z 10 1-hektarowych pól obsianych gatunkiem "A" i z 10 obsianych gatunkiem "B". Otrzymano dla gatunku "A" średnią wartość plonu  $\bar{x}_1 = 5.65$  a dla gatunku "B"  $\bar{x}_2 = 5.36$ . Wiadomo, że wariancja pomiaru wynosi dla gatunku "A"  $\sigma_1^2 = 0.06$  a dla gatunku "B"  $\sigma_2^2 = 0.07$ . Zakładamy, że wielkość plonu z hektara ma rozkład normalny. Na poziomie istotności  $\alpha = 0.05$  zweryfikować hipotezę, że wartości przeciętne plonu z hektara są dla obu gatunków jednakowe wobec hipotezy alternatywnej mówiącej, że są różne.
17. Producent pewnego proszku  $A$  wysunął hipotezę, że używanie proszku  $A$  daje lepsze efekty niż używanie zwykłego proszku  $B$ . Na poziomie istotności  $\alpha = 0.05$  zweryfikować wysuniętą hipotezę jeśli wiadomo, że ocena wyników prania każdym z proszków ma rozkład normalny. Przetestowano proszek  $A$  10 razy i otrzymano średnią ocen  $\bar{x}_1 = 74.0$  oraz  $s_1^2 = 2.08$ . Przetestowano proszek  $B$  7 razy i otrzymano średnią ocen  $\bar{x}_2 = 57.3$  oraz  $s_2^2 = 1.65$ . Przyjmujemy, że  $\sigma_1 = \sigma_2$ .
18. Sondaż opinii publicznej na temat frekwencji oczekiwanej w wyborach samorządowych wykazał, że w losowo wybranej grupie 2500 osób 1600 zamierza uczestniczyć w głosowaniu. Czy na poziomie istotności równym 0.95 można przyjąć, że 60% ogółu osób zamierza wziąć udział w wyborach do samorządu ?

#### ODPOWIEDZI:

- 1)  $m \in (18.91; 22.69)$ , 2)  $m \in (1.67; 2.75)$ , 3)  $m \in (19.73; 21.07)$  4)  $\sigma^2 \in (\frac{10 \cdot 0.00012}{16.919}; \frac{10 \cdot 0.00012}{3.325})$ , 5)  $\sigma \in (0.022; 0.033)$ , 6)  $m \in (4.64; 5.36)$ , 7)  $n \geq 96$ , 8)  $p \in (0.140; 0.144)$ , 9)  $n \geq 9466$ , 10)  $m \in (1.724; 2.276)$ , 11) nie ma podstaw do odrzucenia  $H_0$ , 12)  $H_0$  odrzucamy, 13)  $H_0$  odrzucamy, 14)  $H_0$  odrzucamy, 15)  $H_0$  odrzucamy, 16)  $H_0$  odrzucamy, 17)  $H_0$  odrzucamy, 18)  $H_0$  odrzucamy.