STATYSTYKA dla ZOM II

dr inż Krzysztof Bryś

Wykład 3

Estymacja punktowa

estymator parametru Θ - statystyka (funkcja próby), której wartość zależy od rzeczywistej wielkości parametru Θ rozkładu populacji.

estymacja punktowa - szacowanie nieznanej wartości parametru Θ na podstawie próby; polega na wyznaczeniu z próby wartości u_n estymatora U_n parametru Θ i przyjmowaniu tej wartości za oszacowanie Θ.

Estymatory wartości oczekiwanej: średnia z próby $\overline{x}$, mediana z próby $x_{0.5,n}$.

Estymatory wariancji: wariancja z próby s^2, $s_1^2 = \frac{n}{n-1}s^2$ (lepszy dla rozkładu $N(m, \sigma)$).

Estymacja przedziałowa

Przedziałem ufności dla parametru θ na poziomie ufności $1-\alpha$ nazywamy przedział (θ_1, θ_2) spełniający warunki
a) θ_1, θ_2 są funkcjami próby,
b) $P(\theta_1 < \theta < \theta_2) = 1-\alpha$

Uwagi:
1) Przedział ufności zmienia się wraz z próbą.
2) Nieznana wartość parametru może być albo nie być w utworzonym przedziale ufności.
3) Mozna stworzyć nieskończenie wiele przedziałów ufności na danym poziomie ufności.
4) Częstość występowania prób, dla których zbudowany przedział ufności na poziomie ufności $1-\alpha$ zawiera nieznaną wartość parametru θ wynosi w przybliżeniu $1-\alpha$ (dla "dużej" liczby próbek).

Konstrukcja przedziału ufności:
1) Wybieramy estymator $U_n = U_n(\theta)$, którego rozkład dokładny lub asymptotyczny jest znany.
2) Dla danego $\alpha \in (0,1)$ dobieramy liczby a, b tak aby $P(a \le U_n \le b) = 1-\alpha$. (najczęściej dobieramy symetrycznie tzn. tak by $P(U_n < a) = P(U_n > b) = \frac{\alpha}{2}$)
3) Jeśli nierówność $a \le U_n \le b$ da się zastąpić przez $\theta_1 \le \theta \le \theta_2$, to przedział ufności jest postaci: (θ_1, θ_2)

Zagadnienie minimalnej liczności próby

Niech Δ-maksymalny dopuszczalny błąd oszacowania (maksymalny dopuszczalny promień przedziału ufności).

- przy szacowaniu wartości oczekiwanej m

Korzystamy z Modelu 3 (zakładamy, ze $n \geq 100$): Promień przedziału ufności$=\frac{u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \sigma}{\sqrt{n}} \leq \Delta$ a zatem

$$n \geq \left(\frac{u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \sigma}{\Delta}\right)^2$$

- przy szacowaniu wskaźnika struktury p (prawdopodobieństwa sukcesu w schemacie Bernoulliego)

Promień przedziału ufności$= u_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\frac{Z_n}{n}(1-\frac{Z_n}{n})}{n}} \leq \Delta$ a zatem

$$n \geq \frac{(u_{1-\frac{\alpha}{2}})^2 \cdot \frac{Z_n}{n}(1-\frac{Z_n}{n})}{\Delta^2},$$

gdzie $p_0 = \frac{Z_n}{n}$ - przypuszczalna wartość p jest wyznaczana z badania wstępnego (pilotażowego), szacowana na podstawie wyników poprzednich badań lub przyjmuje się $p_0 = \frac{1}{2}$.