EKONOMETRIA
Zadania domowe

1. Przeprowadzić klasyfikację zmiennych modelu gospodarki USA Kleina:

$$\begin{cases} C_t = \alpha_1 + \alpha_2 \cdot P_t + \alpha_3 P_{t-1} + \alpha_4 (N_t + N_t') + \epsilon_{1t} \\ W_t = \beta_1 + \beta_2 X_t + \beta_3 X_{t-1} + \beta_4 + \epsilon_{2t} \\ I_t = \gamma_1 + \gamma_2 P_t + \gamma_3 P_{t-1} + \gamma_4 K_{t-1} + \epsilon_{3t} \\ K_t = I_t + K_{t-1} \\ X_t = C_t + I_t + G_t \\ P_t = X_t - N_t - T_t \end{cases}$$

2. Przeprowadzić klasyfikację zmiennych modelu makroekonomicznego Greena:

$$\begin{cases} C_t = \alpha_0 + \alpha_1 D_t + \alpha_2 C_{t-1} + \epsilon_{1t} \\ I_t = \beta_0 + \beta_1 R_t + \beta_2 (D_t - D_{t-1}) + \epsilon_{2t} \\ D_t = C_t + I_t + G_t \end{cases}$$

3. Na podstawie obserwacji zmiennych X i Y otrzymano wyniki:

$$\begin{bmatrix} x_t & y_t \\ 2 & 3 \\ 4 & 8 \\ 1 & 2 \\ 3 & 5 \\ 5 & 12 \end{bmatrix}$$

Obliczyć kowariancję i współczynnik korelacji między zmiennymi X i Y oraz macierze kowariancji i korelacji.

4. Na podstawie obserwacji zmiennej objaśnianej Y i zmiennych objaśniających X_1, X_2, X_3 otrzymano wyniki:

$$\begin{bmatrix} y_t & x_{t1} & x_{t2} & x_{t3} \\ 3,9 & 2,5 & 13 & 14 \\ 3,2 & 2,0 & 18 & 10 \\ 2,6 & 1,8 & 22 & 11 \\ 2,4 & 1,2 & 25 & 16 \\ 2,1 & 1,0 & 26 & 12 \\ 2,0 & 0,5 & 28 & 15 \end{bmatrix}$$

a) Wyznaczyć wektor współczynników korelacji mieędzy Y a X_1, X_2, X_3.
b) Wyznaczyć macierz współczynników korelacji między zmiennymi objaśniającymi.
c) Zbadać czy zmienne objaśniające są prawie stałe przy wartości krytycznej współczynnika zmienności $\nu_* = 0,18$.

5. Na podstawie 22 obserwacji zmiennej objaśnianej Y oraz zmiennych objaśniających $X_1, X_2, \ldots, X_9$ wyznaczono wektor korelacji R_0 oraz macierz korelacji R:

$$R_0 = \begin{bmatrix} 0,91 \\ -0,54 \\ 0,25 \\ -0,71 \\ 0,52 \\ 0,48 \\ 0,09 \\ 0,18 \\ -0,15 \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} 1 & -0,41 & 0,05 & 0,17 & 0,28 & -0,36 & 0,51 & 0,27 & 0,60 \\ -0,41 & 1 & 0,15 & -0,30 & 0,15 & 0,21 & -0,38 & 0,28 & 0,11 \\ 0,05 & 0,15 & 1 & 0,21 & 0,08 & -0,62 & 0,06 & -0,01 & 0,15 \\ 0,17 & -0,30 & 0,21 & 1 & 0,12 & -0,25 & 0,17 & -0,35 & 0,07 \\ 0,28 & 0,15 & 0,08 & 0,12 & 1 & 0,15 & 0,47 & 0,28 & 0,39 \\ -0,36 & 0,21 & -0,62 & -0,25 & 0,15 & 1 & 0,31 & 0,00 & -0,13 \\ 0,51 & -0,38 & 0,06 & 0,17 & 0,47 & 0,31 & 1 & -0,58 & -0,27 \\ 0,27 & 0,28 & -0,01 & -0,35 & 0,28 & 0,00 & -0,58 & 1 & 0,02 \\ 0,60 & 0,11 & 0,15 & 0,07 & 0,39 & -0,13 & -0,27 & 0,02 & 1 \end{bmatrix}$$

Stosując metodę analizy współczynników korelacji dobrać zmienne objaśniające do modelu liniowego na poziomie istotności $\alpha = 0,10$

6. Do opisu zmiennej objaśnianej Y za pomocą modelu liniowego zaproponowano 4 zmienne objaśniające X_1, X_2, X_3, X_4. Na podstawie obserwacji zmiennych wyznaczono wektor oraz macierz współczynników korelacji i otrzymano:

$$R_0 = \begin{bmatrix} 0,8 \\ -0,9 \\ 0,7 \\ 0,6 \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} 1 & -0,5 & 0,4 & 0,6 \\ -0,5 & 1 & 0,7 & 0,2 \\ 0,4 & 0,7 & 1 & -0,3 \\ 0,6 & 0,2 & -0,3 & 1 \end{bmatrix}$$

Za pomocą metody pojemności informacyjnej wybrać zmienne do modelu liniowego.

7. Do opisu zmiennej objaśnianej Y za pomocą modelu liniowego zaproponowano 4 zmienne objaśniające X_1, X_2, X_3, X_4. Na podstawie obserwacji zmiennych wyznaczono wektor oraz macierz współczynników korelacji i otrzymano:

$$R_0 = \begin{bmatrix} -0,4 \\ 0,3 \\ -0,7 \\ 0,6 \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} 1 & -0,4 & 0,7 & 0,5 \\ -0,4 & 1 & 0,4 & 0,8 \\ 0,7 & 0,4 & 1 & -0,5 \\ 0,5 & 0,8 & -0,5 & 1 \end{bmatrix}$$

Za pomocą metody pojemności informacyjnej wybrać zmienne do modelu liniowego.

8. Koszty całkowite Y (w mln zł) w zależności od wielkości produkcji X (w tys. sztuk) w 6 zakładach produkcyjnych ksztwłtowały się następująco:

$$\begin{bmatrix} x_t & y_t \\ 2 & 2 \\ 4 & 5 \\ 3 & 4 \\ 2 & 4 \\ 6 & 7 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

a) Wyznaczyċ i zintepretowaċ warto'sci estymatorów parametrów strukturalnych modelu liniowego $Y = \beta_0 + \beta_1 \cdot X + \epsilon$.
b) Wyznaczyċ i zintepretowaċ błędy standardowe i względne estymatorów.
c) Wyznaczyċ i zintepretowaċ miary dopasowania modelu do danych empirycznych.
d) Wyznaczyċ przedziały ufności dla wartości parametrów strukturalnych na poziomie ufności $1-\alpha = 0.98$.
e) Zbadaċ wpływ zmiennych objaśniających na zmienną objaśnianą na poziomie istotności $\alpha = 0.05$.
f) Wyznaczyċ prognozę punktową dla wartości produkcji $x_\tau = 8$.
Wyniki przedstawiċ na wykresie.

9. Na podstawie obserwacji zmiennych X_1, X_2, Y otrzymano wyniki:

$$\begin{bmatrix} x_{t1} & x_{t2} & y_t \\ 2,5 & 0 & 1 \\ 2,0 & 0 & 3 \\ 2,5 & 0 & 2 \\ 4,0 & 1 & 4 \\ 4,0 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

a) Wyznaczyċ i zintepretowaċ warto'sci estymatorów parametrów strukturalnych modelu liniowego $Y = \beta_0 + \beta_1 \cdot X_1 + \beta_2 \cdot X_2 + \epsilon$.
b) Wyznaczyċ i zintepretowaċ błędy standardowe i względne estymatorów.
c) Wyznaczyċ i zintepretowaċ miary dopasowania modelu do danych empirycznych.
d) Wyznaczyċ przedziały ufności dla wartości parametrów strukturalnych na poziomie ufności $1-\alpha = 0.8$.
e) Zbadaċ wpływ zmiennych objaśniających na zmienną objaśnianą na poziomie istotności $\alpha = 0.05$.
f) Wyznaczyċ prognozę punktową dla wartości zmiennych objaśniających $x_{\tau 1} = 5.0$ oraz $x_{\tau 2} = 2.0$.

10. Badano wydajność produkcji Y (w szt/h) w zależności od czasu od zainstalowania maszyny X (w miesiącach). Zbadano $n = 20$ maszyn i otrzymano wyniki:

$$\sum_{t=1}^{20} x_t y_t = 1800, \sum_{t=1}^{20} x_t = 400, \sum_{t=1}^{20} y_t = 1600, \sum_{t=1}^{20} x_t^2 = 9000, \sum_{t=1}^{20} y_t^2 = 1330000.$$

a) Wyznaczyċ i zintepretowaċ warto'sci estymatorów parametrów strukturalnych modelu liniowego $Y = \beta_0 + \beta_1 \cdot X + \epsilon$.
b) Wyznaczyċ i zintepretowaċ błędy standardowe i względne estymatorów.
c) Wyznaczyċ i zintepretowaċ miary dopasowania modelu do danych empirycznych.

11. Na podstawie obserwacji zmiennych X_1, X_2, Y otrzymano wyniki:

$$xTx = \begin{bmatrix} 6 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 2 \\ 4 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$xTy = \begin{bmatrix} 15 \\ 9 \\ 12 \end{bmatrix}$$

$$y^T y = [56]$$

a) Wyznaczyċ i zintepretowaċ warto'sci estymatorów parametrów strukturalnych modelu liniowego $Y = \beta_0 + \beta_1 \cdot X_1 + \beta_2 \cdot X_2 + \epsilon$.
b) Wyznaczyċ i zintepretowaċ błędy standardowe i względne estymatorów.
c) Wyznaczyċ i zintepretowaċ miary dopasowania modelu do danych empirycznych.

12. Dany jest ciąg reszt modelu liniowego jednorównaniowego z jedną zmienną objaśniającą:

$$-0.5, 0.7, -0.2, 0.8, -0.8, 0.8, -1.4, -0.3, 0.9.$$

Na poziomie istotności $\alpha = 0.05$ zbadaċ:
a) losowośċ składników,
b) symetrię składników losowych,
c) normalnoś¸ rozkładu składników losowych,
d) autokorelację składników losowych
e) stałośċ wariancji składników losowych.

13. Dany jest ciąg reszt modelu liniowego jednorównaniowego z dwiema zmiennymi objaśniającymi:

$$-4.3, -1.1, 5.8, -1.0, 0, 0, 1.1, -0.9, -0.9, 1.3.$$

Na poziomie istotności $\alpha = 0.05$ zbadaċ:
a) losowośċ składników,
b) symetrię składników losowych,
c) normalnoś¸ rozkładu składników losowych,
d) autokorelację składników losowych
e) stałośċ wariancji składników losowych.

ODPOWIEDZI:

4)

$$R_0 = \begin{bmatrix} 0,944 \\ -0,994 \\ -0,209 \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} 1 & -0,967 & -0,404 \\ -0,967 & 1 & 0,301 \\ -0,404 & 0,301 & 1 \end{bmatrix}$$

5)$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_4 X_4 + \beta_5 X_5 + \epsilon$. 8) $Y = 1 + X + \epsilon$. 11) $Y = -3 + 3X_1 + 6X_2 + \epsilon$.