

RACHUNEK PRAWDOPODOBIENSTWA I STATYSTYKA MATEMATYCZNA  
TEST ZGODNOŚCI  $\chi^2$  PEARSONA.

Niech  $X$  - badana cecha o nieznanym dystrybucji  $F$

Weryfikujemy hipotezę:

$$H_0 : F = F_0 \text{ (tzn. } X \text{ ma rozkład o dystrybucji } F_0)$$

przeciw hipotezie

$$H_1 : F \neq F_0.$$

**Weryfikacja hipotezy  $H_0$  testem zgodności  $\chi^2$  na poziomie istotności  $\alpha$ .**

1. Dzielimy próbkę na  $k$  rozłącznych klas  $I_1, \dots, I_k$ .
2. Dla każdej klasy  $I_j = (a_{j-1}; a_j)$  obliczamy

$$p_j = F_0(a_j) - F_0(a_{j-1})$$

(prawdopodobieństwo, że  $X$  przyjmie wartość należącą do przedziału  $I_j$ , jeśli hipoteza  $H_0$  jest prawdziwa),  $j = 1, \dots, k$ .

3. Obliczamy wartość statystyki testowej:

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^k \frac{(n_j - np_j)^2}{np_j}$$

( $\chi^2$  ma rozkład chi-kwadrat o  $k - 1$  stopniach swobody), gdzie

$n$  - liczność próby,

$n_j$  - liczność doświadczalna (liczba wartości danej próbki należących do klasy  $I_j$ ),  $j = 1, \dots, k$ .

4. Jeżeli obliczona dla danej próbki wartość statystyki testowej  $\chi^2$  należy do zbioru krytycznego

$$W = (\chi^2(\alpha, k - 1); +\infty), \text{ gdzie}$$

$1 - \alpha$  - poziom ufności,

$\chi^2(\alpha, k - 1)$  - wartość krytyczna rozkładu chi-kwadrat o  $k - 1$  stopniach swobody (kwantyl rzędu  $1 - \alpha$  rozkładu  $\chi^2$  o  $k - 1$  stopniach swobody),

to hipotezę  $H_0$  należy odrzucić (tzn. przyjąć  $H_1$ ) na poziomie istotności  $\alpha$ . W przeciwnym przypadku nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy  $H_0$ .

**ZAGADNIENIE MINIMALNEJ LICZNOŚCI PRÓBY**

Niech  $\Delta$ -maksymalny dopuszczalny błąd oszacowania (maksymalny dopuszczalny promień przedziału ufności).

- przy szacowaniu wartości oczekiwanej  $m$

$$n \geq n_0 = \left\lceil \left( \frac{u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \sigma}{\Delta} \right)^2 \right\rceil$$

- przy szacowaniu wskaźnika struktury  $p$  (prawdopodobieństwa sukcesu w schemacie Bernoulliego)

$$n \geq n_0 = \left\lceil \frac{(u_{1-\frac{\alpha}{2}})^2 \cdot p_0 \cdot (1 - p_0)}{\Delta^2} \right\rceil,$$

$p_0$  - przypuszczalna wartość  $p$  wyznaczana z badania wstępnego (pilotażowego) lub szacowana na podstawie wyników poprzednich badań lub przyjmuje się  $p_0 = \frac{1}{2}$ .