ZADANIA ZE STATYSTYKI
CZĘŚĆ 3
PODSTAWOWE TEORETYCZNE ROZKŁADY PRAWDOPODOBIEŃSTWA.

1. Prawdopodobieństwo pojawienia się co najmniej jednego sukcesu w 4 niezależnych jednakowych doświadczeniach jest równe 0.59. Jakie jest prawdopodobieństwo pojawienia się sukcesu w jednym doświadczeniu?
2. Prawdopodobieństwo, że w 10 niezależnych jednakowych testach nowego modelu samochodu przynajmniej raz samochód ulegnie awarii wynosi 0.95. Jakie jest prawdopodobieństwo wystąpienia awarii przy pojedynczym teście?
3. Prawdopodobieństwo sukcesu w pewnym doświadczeniu wynosi 0.02. Niezależne doświadczenia przeprowadzamy do momentu wystąpienia sukcesu. Jakie jest prawdopodobieństwo, że trzeba będzie przeprowadzić 4 doświadczenia.
4. Pewien komputer składa się z 1000 elementów. Prawdopodobieństwo zepsucia się jednego elementu w ciągu roku pracy jest równe 0.001 i nie zależy od stanu reszty komputera ani warunków zewnętrznych. Jakie jest prawdopodobieństwo zepsucia się w ciągu roku pracy dwóch elementów? Jakie jest prawdopodobieństwo zepsucia się nie mniej niż dwóch elementów?
5. Przy masowych prześwietleniach małoobrazkowych prawdopodobieństwo trafienia na człowieka chorego na gruźlicę wynosi 0.01. Niech X oznacz liczbę chorych na gruźlicę wśród 200 losowo wybranych osób. Obliczyć: a) $P(X < 3)$; b) $P(X > 5)$; c) $P(1 \leq X \leq 4)$.
6. Prawdopodobieństwo wyprodukowania wadliwego procesora komputerowego wynosi 0.02. Procesory układa się w pudełku po 100 sztuk. Oblicz prawdopodobieństwo, że a) w pudełku nie będzie ani jednego wadliwego procesora, b) ilość wadliwych procesorów w pudełku nie przekroczy 2, c) ile należy włożyć procesorów do pudełka by z prawdopodobieństwem nie mniejszym niż 0.99 pudełko zawierało co najmniej 1 procesor wadliwy.
7. Ile średnio powinno przypadać rodzynków na bułeczkę, aby z prawdopodobieństwem nie mniejszym niż 0.99 móc twierdzić, że w bułeczce znajduje się co najmniej jeden rodzynek ?
8. Zmienna losowa X ma rozkład $N(0,1)$. Obliczyć (przy użyciu tablic statystycznych) a) $P(X > 1.1)$, b) $P(|X| > \frac{2}{5})$, c) $P(-0.78 < X < 5)$.
9. Zmienna losowa X ma rozkład $N(2,8)$. Obliczyć a) $P(X > 4)$, b) $P(|X| < 2)$.
10. Zmiennna losowa X ma rozkład N(2,3). Wyznaczyć x, dla którego:
    a) $P(X < x) = 0.6$, b) $P(X < x) = 0.4$, c) $P(X > x) = 0.1$, d) $P(|X+2| >) = 0.1$, e) $P(|X+2| < x) = 0.98$.
11. Wzrost X w pewnej populacji chłopców ma rozkład $N(160,10)$. Jaki jest wzrost określonego chłopca jeśli wiadomo, że co czwarty chłopiec z tej populacji jest od niego wyższy?
12. Dochód w złotych pewnej grupy pracowników ma rozkład normalny $N(1000,200)$. Obliczyć prawdopodobieństwo, że wśród dwóch wylosowanych pracowników z tej grupy nie będzie ani jednego o dochodzie powyżej 1200 złotych.
13. Wzrost ludzi w pewnej populacji ma rozkład $N(170,10)$. Wyznaczyć procent osób w tej populacji:
    a) mających wzrost poniżej 165 cm,
    b) mających wzrost powyżej 170 cm,
    c) mających wzrost powyżej 180 cm.
14. Prawdopodobieństwo wygrania nagrody na loterii wynosi 0.003. Korzystając z przybliżenia rozkładem Poissona wyznaczyć prawdopodobieństwo, że wśród 500 osób grających na tej loterii:
    a) żadna nie wygra, b) wygrają 2 osoby, c) wygra co najwyżej 5 osób, d) wygra 0.6% osób, e) wygra od 0.2% do 0.4% osób.

15. Błąd pomiaru odległości pewnym przyrządem ma rozkład $N(0, 2)$. Dokonano stu niezależnych pomiarów tej samej odległości. Obliczyć prawdopodobieństwo, że żaden z wyników pomiarów nie był obarczony błędem co do modułu większym od 5.
16. Błąd przyrządu pomiarowego ma rozkład równomierny w przedziale $(-a, a)$, $a > 0$. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wśród pięciu niezależnych pomiarów wyniki dwóch będą obarczone błędem co do modułu większym od $\frac{a}{4}$.
17. Losujemy niezależnie pięć liczb z rozkładu $N(1, 4)$. Obliczyć prawdopodobieństwo tego, że wszystkie z wylosowanych liczb będą większe od zera.
18. Reklama cukierków TIK-TAK zapewnia, że mają tylko 2 kalorie. Jak duże powinno być odchylenie standardowe rozkładu kaloryczności tych cukierków, aby szansa trafienia na cukierek zawierający co najmniej 3 kalorie była mniejsza niż 0.01? Przyjmujemy, że kaloryczność tych cukierków ma rozkład $N(2, \sigma)$.
19. W pudełku znajduje się 400 żarówek. a) Jakie jest prawdopodobieństwo, .ze wśród nich jest 5 żarówek wadliwych jeśli wadliwość produkcji takich żarówek wynosi 0.5%? b) Jaka jest najbardziej prawdopodobna liczba wadliwych żarówek w tym pudełku?

ODPOWIEDZI:

1) $1-(0.41)^{\frac{1}{4}}$; 2) $1-(0.05)^{0.1}$; 3) $(0.98)^3\cdot(0.02)$; 4)a) 0.184; b) 0.264; 5)a) 0.6767; b) ≈ 0.02; c) 0.848; 6) a) 0.1353, b) 0.6767, c) $n \geq 235$; 7) co najmniej 5; 8) a) 0.136, b) 0.69, c) 0.7823; 9) a) 0.4013, b) 0.1915; 10) a) -1.24, b) -2.76, c) 1.84, d) 4.9, e) 6.99; 11) 166.7; 12) ≈ 0.025; 13) a) 31%, b) 50%, c) 16%; 14) a) 0.22, b) 0.25, c) 0.99, d) 0.13, e) 0.59; 15) $\approx e^{-1.24}$; 16) $\frac{90}{4^5}$; 17) ≈ 0.6; 18) $\sigma < 0.429$; 19) a) 0.036; b) 1 lub 2.