

ZADANIA DOMOWE Z MATEMATYKI 2 dla DO II

1. Oblicz:

$$a) \int \frac{dx}{2\sqrt{x}}, b) \int (x+1)^{15} dx, c) \int \frac{dx}{(2x-3)^5}, d) \int \cos(3x) dx, e) \int \sin(2x-3) dx, f) \int e^{-3x+1} dx,$$

$$g) \int \frac{\cos(x) dx}{(\sin(x))^{\frac{2}{3}}}, h) \int x \cdot e^{x^2}, i) \int x \cdot \sin(2x) dx, j) \int x \cdot e^{-x} dx, k) \int e^x \cdot \sin(x) dx, l) \int e^{2x} \cdot x^3 dx,$$

$$m) \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cdot \cos(x) dx, n) \int_0^{\pi} \cos\left(\frac{x}{2}\right).$$

2. Rozwiązać równania różniczkowe o zmiennych rozdzielonych lub do nich sprowadzalne:

a) $y' \cdot \operatorname{ctg} x = y + 2$, b) $y' = 2\sqrt{y}$, $y(0) = 1$, c) $2x^2 y' = y$ d) $xy' = y \cdot \ln\left(\frac{y}{x}\right)$, e) $y' = \frac{x^2+y^2}{2xy}$, $y(1) = 2$,
f) $y' = \frac{1}{(x+y)^2}$, g) $y' = x + y + 3$.

3. Rozwiązać równanie różniczkowe liniowe pierwszego rzędu:

a) $y' + \frac{2x}{1+x^2} \cdot y = \frac{1}{x(1+x^2)}$, b) $y' + 2xy = x \cdot e^{-x^2}$, c) $y' - y \cdot \operatorname{tg} x = \frac{1}{\cos x}$, $y(0) = 1$, d) $y' - y = e^x$,
 $y(0) = 1$, e) $y' + 2y = x^2 + 2x$, f) $y' + y = 2x \cdot \sin x$.

4. Rozwiązać równanie różniczkowe liniowe drugiego rzędu:

a) $y'' + 2y' + y = \frac{e^{-x}}{x}$, b) $y'' - 4y' + 5y = \frac{e^{2x}}{\cos x}$, c) $y'' - 4y' + 4y = \frac{e^{2x}}{1+x^2}$, d) $y'' + y = \frac{1}{\sin x}$,
e) $y'' - 3y' + 2y = (x^2 + x) \cdot e^{3x}$, f) $y'' + 2y' - 3y = e^x$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$, g) $y'' + y = \cos x$,
h) $y'' - 2y' = 3x^2 + 2$, i) $y'' - 2y' + 2y = e^x \cdot \cos x$, j) $y'' - \frac{1}{x-1} y' = x(x-1)$, $y(2) = 1$, $y'(2) = 1$.

5. Obliczyć całki podwójne:

a) $\int_D \int x \cdot y \, dx dy$ gdzie D jest obszarem ograniczonym krzywymi: $y = x^2 - 1$ oraz $y = 2x + 2$,

b) $\int_D \int x + 2y \, dx dy$ gdzie D jest trójkątem o wierzchołkach: $A(0, 0)$, $B(2, 2)$, $C(-1, 1)$,

a) $\int_D \int x \cdot y \, dx dy$ gdzie D jest obszarem ograniczonym krzywymi: $x = y^2$ oraz $y = x - 2$.

6. Obliczyć pole obszaru ograniczonego krzywymi $y = x^2 - 1$ oraz $y = -x^2 - 2x + 3$.

ODPOWIEDZI

1) a) $\sqrt{x} + C$, b) $\frac{1}{16}(x+1)^{16} + C$, c) $-\frac{1}{8(2x-3)^4} + C$, d) $\frac{1}{3} \sin(3x) + C$, e) $-\frac{1}{2} \cos(2x-3)$, f) $-\frac{1}{3} e^{-3x+1} + C$,
g) $3 \cdot (\sin(x))^{\frac{1}{3}} + C$, h) $\frac{1}{2} e^{x^2} + C$, i) $\frac{1}{4} \sin(2x) - \frac{1}{2} \cos(2x) + C$, j) $-e^{-x}(x+1) + C$, k) $\frac{1}{2}(\sin(x) - \cos(x)) + C$, l) $e^{2x}(\frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{4}x - \frac{3}{8}) + C$, m) $\frac{\pi}{2} - 1$, n) 2, 2) a) $y = -2 + \frac{C}{\cos x}$, b) $y = (1+x)^2$, c) $y = Ce^{-\frac{1}{2}x}$, d) $y = x \cdot e^{Cx+1}$, e) $y = \sqrt{x^2(1+3x)}$, f) $y + x = \operatorname{tg}(y - C)$, g) $y = Ce^x - x - 4$, 3) a) $y = \frac{1}{1+x^2}(C + \ln|x|)$, b) $y = e^{-x^2}(C + \frac{1}{2}x^2)$, c) $y = \frac{x+1}{\cos x}$, d) $y = e^x(1+x)$,
e) $y = Ce^{-2x} + \frac{1}{4}(2x^2 + 2x - 1)$, f) $y = Ce^{-x} + x \cdot \sin x + (1-x) \cdot \cos x$. 4) a) $y = e^x(C_1 + C_2 x + x \cdot \ln|x|)$,
b) $y = e^{2x}(C_1 \cos x + C_2 \sin x + \cos x \cdot (\ln|\cos x|) + x \cdot \sin x)$, c) $y = e^{2x}(C_1 + C_2 x - \ln|1+x^2| + x \cdot \operatorname{arctg} x)$,
d) $y = C_1 \cos x + C_2 \sin x - x \cdot \cos x + \sin x \cdot \ln|\sin x|$, e) $y = C_1 e^{2x} + C_2 e^x + e^{3x} \cdot (\frac{1}{2}x^2 - x - \frac{3}{2})$,
f) $y = -\frac{3}{16} e^{-3x} + \frac{3}{16} e^x + \frac{1}{4} x e^x$, g) $y = C_1 \cos x + C_2 \sin x + \frac{1}{2} x \sin x$, h) $y = C_1 + C_2 e^{2x} - \frac{1}{2} x^3 - \frac{3}{4} x^2 - \frac{7}{4} x$,
i) $y = e^x(C_1 \sin x + C_2 \cos x + \frac{1}{2} x \sin x)$, j) $y = \frac{1}{24}(3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + 24x + 8)$. 5) a) $\frac{256}{3}$, b) $\frac{14}{3}$, c) $\frac{21}{2}$.
6) 3.