

## ZADANIA DOMOWE Z MATEMATYKI 1 dla ZE

1. Obliczyć  $A \cdot B$  jeśli

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

2. Obliczyć  $A^2 - 3A$  jeśli

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

3. Obliczyć

$$a) \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix}, b) \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & -1 \\ 3 & 2 & 1 & 0 \end{vmatrix}, c) \begin{vmatrix} 4 & 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & 3 & -1 \\ -1 & -1 & 2 & -2 \\ 2 & 0 & 1 & 3 \end{vmatrix}$$

4. Znaleźć macierz odwrotną do

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

5. Obliczyć  $A^{-1} \cdot B \cdot A$  jeśli

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

6. Rozwiązać układ równań za pomocą wzorów Cramera i metodą macierzową:

$$a) \begin{cases} x + y - z = 2 \\ 3x - y + z = 6 \\ x + y + z = 4 \end{cases}, b) \begin{cases} x + 2y - z = 1 \\ 3x - 5y + 2z = 2 \\ -x - 2y + z = 0 \end{cases}, c) \begin{cases} 3x + 2y - 4z = 5 \\ 2x + 3y - 6z = 5 \\ 5x - y + 2z = 4 \end{cases}, d) \begin{cases} x - y + z = 1 \\ -x + y + 2z = -1 \\ 2x - y + z = 3 \end{cases}$$

7. Obliczyć pole trójkąta o wierzchołkach  $A(0, 0, 2)$ ,  $B(2, 1, 1)$ ,  $C(-1, 1, 0)$ .

8. Dane są wektory  $u = [1, \frac{1}{2}, m]$  oraz  $v = [2, 1, 1]$ . Dla jakich wartości parametru  $m$ : a)  $u \parallel v$ , b)  $u \perp v$ , c)  $|u| = \sqrt{2}$ ?

9. Dane są długości wektorów  $|u| = 3$ ,  $|v| = 1$ , oraz kąt między wektorami  $u, v$  wynoszący  $\frac{\pi}{3}$ . Obliczyć  $|u - 2v|$ .

10. Obliczyć pochodną funkcji: a)  $y = \arctg(\ln(x)) + \ln(\arctg(x)) - 2$ , b)  $y = \frac{x^2}{\ln(2x)}$ .

11. Obliczyć granicę funkcji:

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5}{e^x}, \quad b) \lim_{x \rightarrow 1^+} \left( \frac{1}{1-x} - \frac{1}{\ln(x)} \right), \quad c) \lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x} \cdot \ln(x),$$

$$d) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}, \quad e) \lim_{x \rightarrow \pi^+} (\pi - x) \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{x}{2}\right). \quad f) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \left( \frac{x}{\operatorname{ctg}(x)} - \frac{\pi}{2\cos(x)} \right)$$

12. Znaleźć najmniejszą i największą wartość funkcji  $f(x) = \sin(2x) - x$  w przedziale  $\langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \rangle$ .

13. Zbadać przebieg zmienności funkcji:

a)  $f(x) = x \cdot e^{-2x}$ , b)  $f(x) = (x-1)^2 \cdot (x+1)$ , c)  $f(x) = \frac{x^3}{x^2+1}$ , d)  $f(x) = x \cdot \ln(x)$ .

14. Obliczyć pochodne cząstkowe funkcji:  $f(x, y) = 2x^2y^2 - 3xy^3 - 4x^3y$ .

15. Znaleźć ekstrema lokalne funkcji dwóch zmiennych:

a)  $f(x, y) = e^x \cdot (x + y^2)$ , b)  $f(x, y) = 3x^3 + 3x^2y - y^3 - 15x$ .

### ODPOWIEDZI

1)

$$A \cdot B = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

2)

$$A^2 - 3A = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 0 \\ -2 & -2 & -2 \\ 2 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

3) a) -2, b) 8, c) 32,

4)

$$A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & -2 & 0 \\ 2 & 4 & 0 \\ -1 & -4 & 1 \end{bmatrix}$$

5)

$$A^{-1} \cdot B \cdot A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 2 \\ 0 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

6) a)  $x = 2, y = 1, z = 1$ , b) sprzeczny, c) nieskończenie wiele rozwiązań, d)  $x = 2, y = 1, z = 0$ .

7)  $\frac{1}{2}\sqrt{35}$ .

8) a)  $m = \frac{1}{2}$ , b)  $m = -\frac{5}{2}$ , c)  $m = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

9)  $\sqrt{10}$ .

10) a)  $\frac{1}{1+\ln^2(x)x} + \frac{1}{(1+x^2) \cdot \operatorname{arctg}(x)}$ , b)  $\frac{2x \cdot \ln(2x) - x^2 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2x}}{(\ln(2x))^2}$ .

11) a) 0, b)  $-\frac{1}{2}$ , c) 0, d) 1, e) 2, f) -1.

12)  $-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}$ .

14)  $f_x = 4xy^2 - 3y^3 - 12x^2y$ ,  $f_y = 4x^2y - 9xy^2 - 4x^3$ .

15) a)  $(-1, 0)$  min, b)  $(\sqrt{5}, -\sqrt{5})$  min,  $(-\sqrt{5}, \sqrt{5})$  max.