

ZADANIA DOMOWE Z MATEMATYKI 1 dla ZO

1. Obliczyć $A \cdot B$ jeśli

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

2. Obliczyć $A^2 - 3A$ jeśli

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

3. Obliczyć

$$a) \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix}, b) \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & -1 \\ 3 & 2 & 1 & 0 \end{vmatrix}, c) \begin{vmatrix} 4 & 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & 3 & -1 \\ -1 & -1 & 2 & -2 \\ 2 & 0 & 1 & 3 \end{vmatrix}$$

4. Znaleźć macierz odwrotną do

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

5. Obliczyć $A^{-1} \cdot B \cdot A$ jeśli

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

6. Rozwiązać układ równań za pomocą wzorów Cramera i metodą macierzową:

$$a) \begin{cases} x + y - z = 2 \\ 3x - y + z = 6 \\ x + y + z = 4 \end{cases}, b) \begin{cases} x + 2y - z = 1 \\ 3x - 5y + 2z = 2 \\ -x - 2y + z = 0 \end{cases}, c) \begin{cases} 3x + 2y - 4z = 5 \\ 2x + 3y - 6z = 5 \\ 5x - y + 2z = 4 \end{cases}, d) \begin{cases} x - y + z = 1 \\ -x + y + 2z = -1 \\ 2x - y + z = 3 \end{cases}$$

7. Rozwiązać układ równań:

$$a) \begin{cases} 3x + y = 9 \\ 2x + y = 7 \\ x + 3y = 5 \end{cases}, b) \begin{cases} 2x + y - 3z = 5 \\ x + 2y + z = 3 \end{cases}, c) \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 = 3 \end{cases}$$

8. Obliczyć pole trójkąta o wierzchołkach $A(0, 0, 2)$, $B(2, 1, 1)$, $C(-1, 1, 0)$.

9. Dane są wektory $u = [1, \frac{1}{2}, m]$ oraz $v = [2, 1, 1]$. Dla jakich wartości parametru m : a) $u \parallel v$, b) $u \perp v$, c) $|u| = \sqrt{2}$?

10. Dane są długości wektorów $|u| = 3$, $|v| = 1$, oraz kąt między wektorami u, v wynoszący $\frac{\pi}{3}$. Obliczyć $|u - 2v|$.

11. Obliczyć pochodną funkcji: a) $y = \arctg(\ln(x)) + \ln(\arctg(x)) - 2$, b) $y = \frac{x^2}{\ln(2x)}$.

12. Obliczyć granicę funkcji:

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5}{e^x}, \quad b) \lim_{x \rightarrow 1^+} \left(\frac{1}{1-x} - \frac{1}{\ln(x)} \right), \quad c) \lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x} \cdot \ln(x),$$

$$d) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}, \quad e) \lim_{x \rightarrow \pi^+} (\pi - x) \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{x}{2}\right). \quad f) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \left(\frac{x}{\operatorname{ctg}(x)} - \frac{\pi}{2\cos(x)} \right)$$

13. Znaleźć najmniejszą i największą wartość funkcji $f(x) = \sin(2x) - x$ w przedziale $\left\langle -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right\rangle$.

ODPOWIEDZI

1)

$$A \cdot B = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

2)

$$A^2 - 3A = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 0 \\ -2 & -2 & -2 \\ 2 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

3) a) -2, b) 8, c) 32,

4)

$$A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & -2 & 0 \\ 2 & 4 & 0 \\ -1 & -4 & 1 \end{bmatrix}$$

5)

$$A^{-1} \cdot B \cdot A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 2 \\ 0 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

6) a) $x = 2, y = 1, z = 1$, b) sprzeczny, c) nieskończenie wiele rozwiązań, d) $x = 2, y = 1, z = 0$

7) a) sprzeczny, b) $x = \frac{7}{3}(1+t), y = \frac{1}{3}(1-5t), t \in R$, c) $x_1 = s, x_2 = 7 - s - 3t, x_3 = 2t - 2, x_4 = t, s, t \in R$.

8) $\frac{1}{2}\sqrt{35}$.

9) a) $m = \frac{1}{2}$, b) $m = -\frac{5}{2}$, c) $m = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

10) $\sqrt{10}$.

11) a) $\frac{1}{1+\ln^2(x)x} + \frac{1}{(1+x^2) \cdot \operatorname{arctg}(x)}$, b) $\frac{2x \cdot \ln(2x) - x^2 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2x}}{(\ln(2x))^2}$.

12) a) 0, b) $-\frac{1}{2}$, c) 0, d) 1, e) 2, f) -1.

13) $-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}$.