

EKONOMETRIA - ZE V
Zadania domowe

1. Na podstawie obserwacji zmiennych X i Y otrzymano wyniki:

$$\begin{bmatrix} x_t & y_t \\ 2 & 3 \\ 4 & 8 \\ 1 & 2 \\ 3 & 5 \\ 5 & 12 \end{bmatrix}$$

Obliczyć kowariancję i współczynnik korelacji między zmiennymi X i Y oraz macierze kowariancji i korelacji.

2. Na podstawie obserwacji zmiennej objaśnianej Y i zmiennych objaśniających X_1, X_2, X_3 otrzymano wyniki:

$$\begin{bmatrix} y_t & x_{t1} & x_{t2} & x_{t3} \\ 3,9 & 2,5 & 13 & 14 \\ 3,2 & 2,0 & 18 & 10 \\ 2,6 & 1,8 & 22 & 11 \\ 2,4 & 1,2 & 25 & 16 \\ 2,1 & 1,0 & 26 & 12 \\ 2,0 & 0,5 & 28 & 15 \end{bmatrix}$$

- a) Wyznaczyć wektor współczynników korelacji między Y a X_1, X_2, X_3 .
b) Wyznaczyć macierz współczynników korelacji między zmiennymi objaśniającymi.

3. Na podstawie 22 obserwacji zmiennej objaśnianej Y oraz zmiennych objaśniających X_1, X_2, \dots, X_9 wyznaczono wektor korelacji R_0 oraz macierz korelacji R :

$$R_0 = \begin{bmatrix} 0,91 \\ -0,54 \\ 0,25 \\ -0,71 \\ 0,52 \\ 0,48 \\ 0,09 \\ 0,18 \\ -0,15 \end{bmatrix}, R = \begin{bmatrix} 1 & -0,41 & 0,05 & 0,17 & 0,28 & -0,36 & 0,51 & 0,27 & 0,60 \\ -0,41 & 1 & 0,15 & -0,30 & 0,15 & 0,21 & -0,38 & 0,28 & 0,11 \\ 0,05 & 0,15 & 1 & 0,21 & 0,08 & -0,62 & 0,06 & -0,01 & 0,15 \\ 0,17 & -0,30 & 0,21 & 1 & 0,12 & -0,25 & 0,17 & -0,35 & 0,07 \\ 0,28 & 0,15 & 0,08 & 0,12 & 1 & 0,15 & 0,47 & 0,28 & 0,39 \\ -0,36 & 0,21 & -0,62 & -0,25 & 0,15 & 1 & 0,31 & 0,00 & -0,13 \\ 0,51 & -0,38 & 0,06 & 0,17 & 0,47 & 0,31 & 1 & -0,58 & -0,27 \\ 0,27 & 0,28 & -0,01 & -0,35 & 0,28 & 0,00 & -0,58 & 1 & 0,02 \\ 0,60 & 0,11 & 0,15 & 0,07 & 0,39 & -0,13 & -0,27 & 0,02 & 1 \end{bmatrix}$$

Stosując metodę analizy współczynników korelacji dobrać zmienne objaśniające do modelu liniowego na poziomie istotności $\alpha = 0,10$

4. Koszty całkowite Y (w mln zł) w zależności od wielkości produkcji X (w tys. sztuk) w 6 zakładach produkcyjnych kształtowały się następująco:

$$\begin{bmatrix} x_t & y_t \\ 2 & 2 \\ 4 & 5 \\ 3 & 4 \\ 2 & 4 \\ 6 & 7 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

- Wyznaczyć i zinterpretować wartości estymatorów parametrów strukturalnych modelu liniowego $Y = \beta_0 + \beta_1 \cdot X + \epsilon$.
 - Wyznaczyć i zinterpretować błędy standardowe i względne estymatorów.
 - Wyznaczyć i zinterpretować miary dopasowania modelu do danych empirycznych.
 - Wyznaczyć przedziały ufności dla wartości parametrów strukturalnych na poziomie ufności $1 - \alpha = 0.98$.
 - Zbadać wpływ zmiennych objaśniających na zmienną objaśnianą na poziomie istotności $\alpha = 0.05$.
 - Wyznaczyć prognozę punktową dla wartości produkcji $x_\tau = 8$.
- Wyniki przedstawić na wykresie.

5. Na podstawie obserwacji zmiennych X_1, X_2, Y otrzymano wyniki:

$$\begin{bmatrix} x_{t1} & x_{t2} & y_t \\ 2,5 & 0 & 1 \\ 2,0 & 0 & 3 \\ 2,5 & 0 & 2 \\ 4,0 & 1 & 4 \\ 4,0 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

- Wyznaczyć i zinterpretować wartości estymatorów parametrów strukturalnych modelu liniowego $Y = \beta_0 + \beta_1 \cdot X_1 + \beta_2 \cdot X_2 + \epsilon$.
- Wyznaczyć i zinterpretować błędy standardowe i względne estymatorów.
- Wyznaczyć i zinterpretować miary dopasowania modelu do danych empirycznych.
- Wyznaczyć przedziały ufności dla wartości parametrów strukturalnych na poziomie ufności $1 - \alpha = 0.8$.
- Zbadać wpływ zmiennych objaśniających na zmienną objaśnianą na poziomie istotności $\alpha = 0.05$.
- Wyznaczyć prognozę punktową dla wartości zmiennych objaśniających $x_{\tau 1} = 5.0$ oraz $x_{\tau 2} = 2.0$.

6. Na podstawie obserwacji zmiennych X_1, X_2, Y otrzymano wyniki:

$$xTx = \begin{bmatrix} 6 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 2 \\ 4 & 2 & 3 \end{bmatrix}, xTy = \begin{bmatrix} 15 \\ 9 \\ 12 \end{bmatrix}$$

Wyznaczyć i zinterpretować wartości estymatorów parametrów strukturalnych modelu liniowego $Y = \beta_0 + \beta_1 \cdot X_1 + \beta_2 \cdot X_2 + \epsilon$.

ODPOWIEDZI:

2)

$$R_0 = \begin{bmatrix} 0,944 \\ -0,994 \\ -0,209 \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} 1 & -0,967 & -0,404 \\ -0,967 & 1 & 0,301 \\ -0,404 & 0,301 & 1 \end{bmatrix}$$

3) $Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_4 X_4 + \epsilon$. 4) $Y = 1 + X + \epsilon$. 6) $Y = -3 + 3X_1 + 6X_2 + \epsilon$.