O strukturze przestrzeni konfiguracji w trójwymiarowym ruchu obrotowym

dr inż. Przemysław Dobrowolski

4 stycznia 2017

Politechnika Warszawska
Wydział Matematyki i Nauk Informacyjnych

Wprowadzenie

Zagadnienie

Czy można zaprojektować praktyczny i zarazem dokładny algorytm dokowania narzędzia?

Przykład

Jak wsunąć klucz do dziurki od klucza?

Przykład

Jak wsunąć klucz do dziurki od klucza?

Jak nauczyć robota otwierać drzwi kluczem?

Przykład

Założenia:

1. Za pomocą globalnego planera ruchu przysuwamy klucz w okolice dziurki.
2. Klucz może być dowolnie obrócony na początku i na końcu ruchu.
3. Ruch translacyjny jest liniowy.

Przykład

Założenia:

1. Za pomocą globalnego planera ruchu przysuwamy klucz w okolice dziurki.
2. Klucz może być dowolnie obrócony na początku i na końcu ruchu.
3. Ruch translacyjny jest liniowy.

Obserwacje:

1. Występuje problem wąskich przejść w przestrzeni konfiguracji.
2. Analizowany jest mały wycinek całej sceny więc geometria nie jest złożona.

Metoda

Przyjęta metoda opiera się na opracowaniu algorytmów konstrukcji przestrzeni konfiguracji dla ruchu obrotowego w $\mathbb{R}^3$ a następnie uogólnieniu rozwiązania na liniowe przesunięcie obiektu.

Analiza sceny

Scena

- Każdą scenę można opisać zbiorem predykatów (warunków), które zwracają informację o występowaniu kolizji dla ustalonego położenia obiektu w scenie.
- Predykaty można przetłumaczyć na powierzchnie kwadratowe (tzw. powierzchnie ograniczające) w przestrzeni konfiguracji gdy scena składających się wyłącznie z trójkątów lub z kul.
- Powierzchnie ograniczające podane są w postaci uwikłanej.

Metoda przybliżona

Charakter przestrzeni

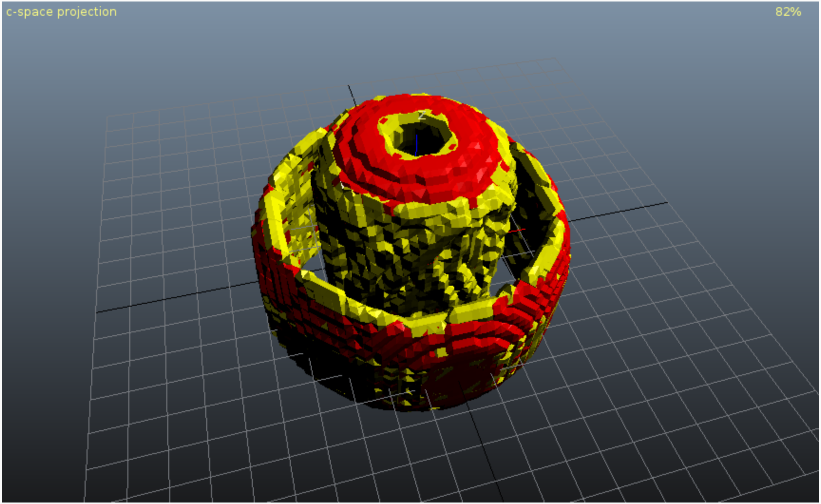
Przybliżony algorytm rastrowy:

- Nie odzwierciedla dobrze spójności w przestrzeni konfiguracji
- W przypadku większych rozdzielczości bardzo powolny

Wnioski:

- Przestrzeń konfiguracji jest silnie rozdrobniona poprzez powierzchnie
- Niemal każde dwie powierzchnie ograniczające przecinają się

Przybliżona przestrzeń konfiguracji



Rysunek 1: Efekt algorytmu rastrowego, Dobrowolski P., 2013

Charakter przestrzeni

Przybliżony algorytm komórkowy:

- Odzwierciedla dobrze spójność tych fragmentów które są już odkryte
- Odkrywanie nowych fragmentów przestrzeni konfiguracji jest powolne

Wnioski:

- Brzeg podprzestrzeni wolnej jest 'chropowaty'
- Podprzestrzeń wolna jest także rozdrobiona

Prace powiązane:

- Łysik, K., *Opracowanie, implementacja i ocena wydajności równoległych algorytmów szukania drogi w ruchu obrotowym*, 2014
- Kaczmarski, K., Rzążewski, P., Wolant, A., *Massively Parallel Construction of the Cell Graph*, 2016

Metoda dokładna ogólna

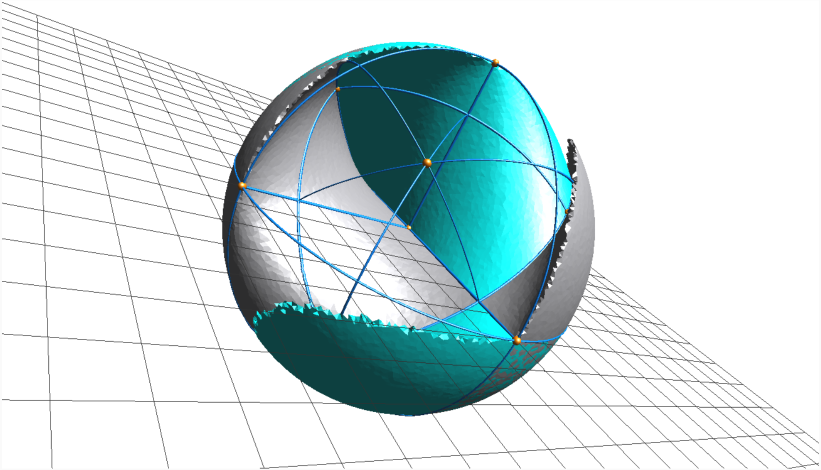
Złożoność przestrzeni

Twierdzenie: problem liczenia dokładnego opisu przestrzeni konfiguracji można przekształcić do problemu liczenia podziału przestrzeni $\mathbb{P}^3$ powierzchniami kwadratowymi.

Wnioski:

- Dwa istniejące algorytmy Hemmera i Berbericha są powolne
- Spowolnienie pochodzi z liczenia niepotrzebnych wierzchołków (i krawędzi) grafu przecięć
- Zamiast projektować zupełny algorytm dokładny lepiej projektować iterowany algorytm dokładny
- Metoda nie daje dobrego narzędzia do wizualizacji powierzchni ograniczających

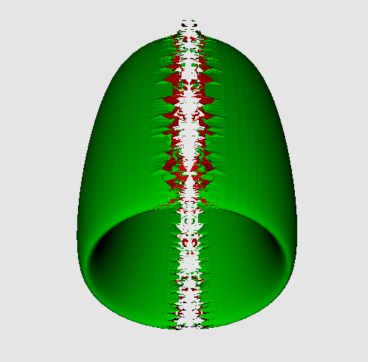
Graf dokładny



Rysunek 2: Efekt ogólnego algorytmu dokładnego, Dobrowolski P., 2013

Metoda śledzenia promieni

Wizualizacja poprzez śledzenie promieni



Rysunek 3: Przykładowy predykat BB, Augustyniak R., 2015

Prace powiązane:

- Augustyniak, R., *Opracowanie i ocena metod wizualizacji przestrzeni konfiguracji w trójwymiarowym ruchu obrotowym*, 2015

Wnioski związane z dotychczasowymi metodami

Wnioski:

- Metody przybliżone źle odzwierciedlają przestrzeń konfiguracji: spójność, ”dziury w przestrzeni”
- Metoda ogólna jest zbyt kosztowna a zarazem niepotrzebna

Kierunek:

- Rokującym kierunkiem są algorytmy dokładne jednak konieczna jest lokalizacja obliczeń
- Porządanym algorytmem byłby iterowany algorytm dokładny według zadanej precyzji

Parametryzacja

Parametryzacja powierzchni ograniczającej

Twierdzenie: Każda powierzchnia ograniczająca jest formą kwadratową na S^3

Metoda:

- Korzystamy z rozkładu formy kwadratowej według jej wartości własnych
- Rozpatrujemy otrzymane przypadki i każdy z nich oddzielnie parametryzujemy na skończonej dziedzinie
- Otrzymane wzory są skończone i nieskomplikowane jednak bardzo trudne do wyprowadzenia
- Parametryzacja nadaje się do wiernej wizualizacji powierzchni ograniczających
- Teoria jest przydatna przy metodzie lokalizacji (iterowany algorytm dokładny)

Klasyfikacja ograniczeń w przestrzeni konfiguracji

Przypadki elipsoidalne:

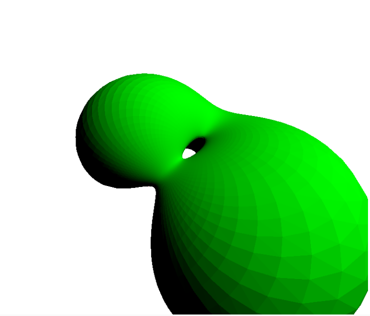
1. an empty case
2. a pair of points
3. a pair of separate ellipsoids
4. a pair of y-touching ellipsoids
5. a pair of yz-crossed ellipsoids
6. a pair of z-touching ellipsoids
7. a y-barrel
8. a z-barrel
9. a notched y-barrel
10. a notched z-barrel
11. a pair of separate yz-caps

Przypadki toroidalne:

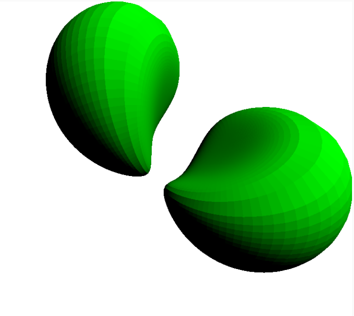
12. a xy/zw-torus
13. a xy-circle
14. a zw-circle
15. a xz/yw-torus
16. a xz-circle
17. a yw-circle

- Dobrowolski, P., *Parameterization of configuration space obstacles in three-dimensional rotational motion planning*, submitted to Computational Geometry: Theory and Applications, 2016

Przykładowe parametryzacje

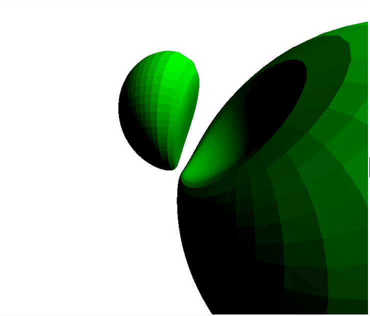


(a) Barrel parametrization

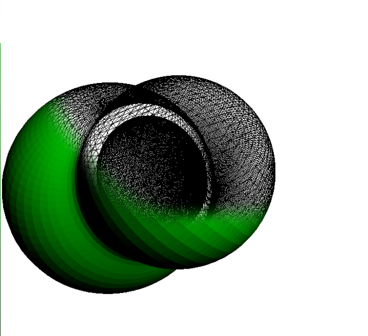


(b) Two-caps parametrization

Przykładowe parametryzacje

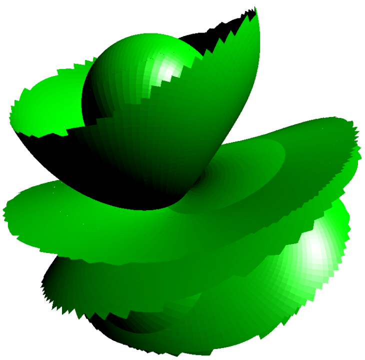


(c) Two-caps parametrization

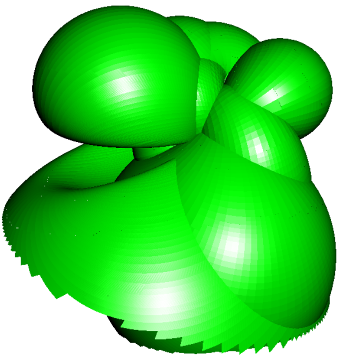


(d) Separate ellipsoids parametrization

Przykładowe przestrzenie konfiguracji



(e) Przykładowy predykat TT



(f) Przykładowy predykat TT

Kierunki badań

Dowolna powierzchnia w S^3 a powierzchnia ograniczająca

Twierdzenie: Powierzchnia ograniczająca wyznaczona jest przez 12 niezależnych parametrów predykatu a dowolna powierzchnia w S^3 tylko przez 9 niezależnych parametrów jednak mimo to, nie dla każdej powierzchni w S^3 istnieje predykat którego powierzchnia ograniczająca równa jest danej powierzchni.

Pytanie: Co geometrycznie oznacza warunek opisujący możliwość znalezienia predykatu? Jakie są wzory konwersji do predykatu.

Lokalizacja

Metoda:

- Dzięki parametryzacji można w łatwy sposób podzielić powierzchnie ograniczające na fragmenty
- Każdy fragment przedstawiamy w postaci kwadratowej powierzchni Beziera w $\mathbb{R}^4$
- Powiązane wielościany Beziera stanowią dokładne ograniczenia zasięgu fragmentu powierzchni
- Sprawdzanie przecięcia dwóch wielościanów Beziera jest zadaniem łatwym

Lokalizacja

Wnioski:

- Objętość wielościanów które zawierają w sobie fragmenty dwóch przecinających się powierzchni szybko spada
- Iterujemy tylko te fragmenty które zawierają przecięcie dwóch lub więcej powierzchni ograniczających
- Szukanie ścieżki wykonywane jest także iteracyjnie, na każdym poziomie podziału
- Jeśli istnieje szukana ścieżka w przestrzeni konfiguracji to algorytm na pewno ją znajdzie w pewnej iteracji
- Metoda daje odpowiedź, że przy ustalonej dokładności ścieżki na pewno nie ma, co jest zazwyczaj wystarczające

Bibliografia

- Dobrowolski, P., *An Algorithm for Computing the Exact Configuration Space of a Rotating Object in 3-space*, 2012
- Dobrowolski, P., *An Efficient Method of Constructing Cell Graph in Arrangement of Quadrics in 3-dimensional Space of Rotations*, 2013
- Dobrowolski, P., *Evaluation of the usefulness of exact methods to motion planning in configuration space*, PhD, 2014