

Przykładowe pytania egzaminacyjne na egzamin magisterski - matematyka

1. Relacje równoważności i klasy abstrakcji. Ich zastosowania w różnych dziedzinach matematyki.
2. Relacja równoliczności i moc zbioru. Przeliczalność i nieprzeliczalność.
3. Kresy w zbiorach uporządkowanych. Lemat Kuratowskiego-Zorna z zastosowaniami.
4. Definicja ekstremum lokalnego funkcji wielu zmiennych. Warunki konieczne i dostateczne do istnienia ekstremum lokalnego.
5. Definicja funkcji uwikłanej. Twierdzenie o istnieniu funkcji uwikłanej.
6. Definicja dyfeomorfizmu. Twierdzenie o lokalnym dyfeomorfizmie.
7. Definicja funkcji holomorficznej. Warunki konieczne i dostateczne do istnienia pochodnej: równania Cauchy'ego-Riemanna, pochodne formalne.
8. Wzory i twierdzenia całkowe Cauchy'ego.
9. Klasyfikacja punktów osobliwych. Residuum. Twierdzenie o residuach.
10. Definicje: miary Lebesgue'a, funkcji mierzalnej, całki Lebesgue'a. Twierdzenie Fubiniego.
11. Definicja całki krzywoliniowej: zorientowanej, niezorientowanej. Twierdzenie Greena.
12. Definicja całki powierzchniowej. Klasyczne twierdzenie Stokesa. Twierdzenie Greena-Gaussa-Ostrogradskiego.
13. Przestrzeń liniowa, układy liniowo niezależne, bazy.
14. Przekształcenia liniowe i ich związek z macierzami.
15. Układy równań liniowych, metody ich rozwiązywania.
16. Grupy i podgrupy normalne. Grupy przekształceń.
17. Pierścienie i ideały. Pierścienie Euklidesa.
18. Ciała i ich rozszerzenia. Zasadnicze twierdzenie algebry.
19. Rozmaitości różniczkowe.
20. Grafy planarne i twierdzenie Kuratowskiego.
21. Metody numeryczne rozwiązywania układów równań.
22. Metody aproksymacji i interpolacji.
23. Twierdzenia o istnieniu i jednoznaczności rozwiązań zagadnień początkowych dla równań różniczkowych zwyczajnych.
24. Równanie różniczkowe zwyczajne liniowe n-tego rzędu, układ fundamentalny rozwiązań, postać ogólna rozwiązania.
25. Definicja przestrzeni Banacha, przestrzeń sprzężona, tw. Hahna-Banacha.
26. Definicja widma operatora liniowego, własności widma operatora pełnościowego.
27. Prawa wielkich liczb.
28. Centralne twierdzenie graniczne rachunku prawdopodobieństwa.
29. Przestrzeń probabilistyczna, zmienne losowe, niezależność.
30. Wnioskowanie statystyczne.
31. Klasyfikacja procesów stochastycznych.
32. Rodzaje zbieżności w rachunku prawdopodobieństwa.

Każda odpowiedź powinna zawierać: definicje podstawowych pojęć, najważniejsze twierdzenia, przykłady (kontrprzykłady), zastosowania.