

# O dwóch modyfikacjach algorytmu PSO

Michał Okulewicz

Wydział Matematyki i Nauk Informatycznych  
Politechnika Warszawska

Seminarium: Inteligencja Obliczeniowa  
24 listopada 2011



# Plan prezentacji

- 1 Wprowadzenie
- 2 Optymalizacja Rojem Cząstek
- 3 Algorytm Wynalazców
- 4 Algorytm Odkrywców
- 5 Testy
- 6 Podsumowanie



## Definicja problemu

Prezentowane algorytmy rozwiązują problem poszukiwania minimum globalnego  $x^*$  funkcji ciągłej  $f$

- $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$
- $x^*$ , tż.  $\forall x \in \mathbb{R}^n f(x) \geq f(x^*)$ .



# Motywacja

- Poszukiwanie algorytmu łączącego dobrze zdolności eksploracyjne z eksploatacyjnymi
- Czy zamodelowanie bardziej skomplikowanej sytuacji społecznej poprawi wyniki PSO?
- Czy modyfikacja strategii działania algorytmu poprawi jego wyniki bardziej niż dostrajanie parametrów?



## Znane metody

- Symulowane Wyżarzanie
- Algorytmy Ewolucyjne
- Wielokrotna/równoległa optymalizacja lokalna
- **Optymalizacja Rojowa**
- Algorytm Cywilizacyjny
- ...



# Inteligencja rojowa

## Postulaty

- Decentralizacja sterowania i samoorganizacja prostych bytów
  - Nieskomplikowany cel każdego z bytów
  - Komunikacja i współpraca pomiędzy bytami

## Przykładowa realizacja

- Ant Colony Optimization - wyznaczanie optymalnej trasy
- Particle Swarm Optimization - optymalizacja globalna
- Artificial Bee Colony - optymalizacja globalna
- Symulacja zachowań tłumu - przemysł filmowy



# Porównywane algorytmy

- Optymalizacja Rojem Cząstek
  - Particle Swarm Optimization (PSO)
  - Repulsive Particle Swarm Optimization (RPSO)
  - Mixed Particle Swarm Optimization (MPSO)
- Algorytm Wynalazców - Inventors Algorithm (InA)
- Algorytm Odkrywców - Explorers Algorithm (ExA)



## Opis

- Algorytm opiera swoje działanie na roju cząstek
- Każda cząsteczka ma swoją prędkość
- Cząsteczki posiadają pewną bezwładność
- Cząsteczki mogą być przyciągane przez najlepszy punkt znaleziony przez swoich sąsiadów
- Cząsteczki są przyciągane przez najlepszy punkt znaleziony przez siebie
- Cząsteczki mogą być odpychane od innych cząsteczek





## PSO - schemat działania algorytmu

```
PSO() {  
    swarm.initializeRandomlyParticlesLocationAndVelocity();  
    for i from 1 to maxIterations {  
        swarm.updateBestLocation();  
        for each particle in swarm {  
            particle.updateVelocity();  
            particle.updateLocation();  
        }  
    }  
}
```



## PSO - zmiana prędkości cząsteczki

```
Particle {  
  updateVelocity() {  
    for (i from 1 to dimensions) {  
      this.v[i] =  
        random.uniform(0,g)*(swarm.best[i] - this.x[i]) +  
        random.uniform(0,l)*(this.best[i] - this.x[i]) +  
        random.uniform(0,r)*(this.x[i] - swarm.random().x[i]) +  
        a * this.v[i] +  
        y * random.normal(0,1);  
    }  
  }  
}
```



## PSO - zmiana położenia cząsteczki

```
updateLocation() {  
  for (i from 1 to dimensions) {  
    this.x[i] = this.x[i] + this.v[i];  
  }  
  if (f(this.best) > f(this.x)) {  
    this.best = this.x;  
  }  
}
```



# Opis

- Pewną część roju stanowią cząstki wynalazcy
- Odkrywcy poszukują nowych nie eksploatowanych aktualnie rozwiązań (zachowują się jak cząsteczki w algorytmie RPSO)



## Inventors Algorithm - zmiana prędkości cząsteczki

```
InventorsParticle: Particle {  
  updateVelocity() {  
    for (i from 1 to dimensions) {  
      this.v[i] =  
        random.uniform(0,r)*(swarm.best[i] - this.x[i]) +  
        random.uniform(0,l)*(this.best[i] - this.x[i]) +  
        random.uniform(0,g)*(this.x[i] - swarm.random.x[i]) +  
        a * this.v[i] +  
        y * random.normal(0,1);  
    }  
  }  
}
```



## Opis

- Pewną część roju stanowią cząsteczki odkrywcy
- Cząsteczki odkrywcy początkowo zachowują się tak samo jak cząsteczki wynalazcy
- Cząsteczka odkrywca może ulec "znudzeniu" i zacząć poszukiwać maksimum funkcji
- Cząsteczka odkrywca poszukująca maksimum może ulec "zmęczeniu" i zacząć poszukiwać minimum funkcji



## Explorers Algorithm - zmiana prędkości cząsteczki

```
ExplorersParticle: InventorsParticle {
  updateLocation() {
    for (i from 1 to dimensions) {
      this.x[i] = this.x[i] + this.v[i];
    }
    if (f(this.best[t]) > f(this.x) && this.isSerchingForMinimum) {
      this.best[t] = this.x;
    }
    if (f(this.best[t]) < f(this.x) && !this.isSerchingForMinimum) {
      this.best[t] = this.x;
    }
    if (!this.isSerchingForMinimum) {
      if (fatigue++ > 2 * this.samples_to_switch) {
        fatigue = 0;
        this.isSerchingForMinimum = true;
        this.samples_to_switch *= 2;
      }
    }
    if (|this.best[t-samples_to_switch] - this.best[t]| < precision_to_switch) {
      fatigue = 0;
      this.isSerchingForMinimum = !this.isSerchingForMinimum;
    }
  }
}
```



## Testowane scenariusze

### Porównanie jakości działania algorytmu bazowego i jego modyfikacji dla następujących przypadków

- Standardowa początkowa przestrzeń przeszukiwań
- Początkowa przestrzeń przeszukiwań nie zawierająca minimum globalnego
- Początkowa przestrzeń przeszukiwań zawierająca się w bliskim sąsiedztwie minimum lokalnego

### Warunki eksperymentu

- Średnia ze 100 przebiegów każdego z algorytmów
- Każdy przebieg miał 100 cząsteczek i 100 iteracji
- Przebieg był uznawane za sukces jeżeli  $\|x_A^* - x^*\| < 0.05$  lub  $\sqrt{f(x_A^*) - f(x^*)} < 0.05$  a miarą sukcesu jest liczba obliczeń optymalizowanej funkcji potrzebna do osiągnięcia sukcesu



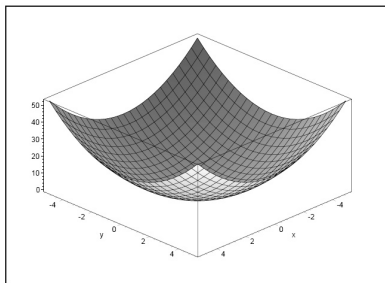


# Funkcje testowe

- Pierwsza funkcja de Jonga
- Dolina Rosenbrocka
- Piąta funkcja de Jonga
- Funkcja Rastrigina



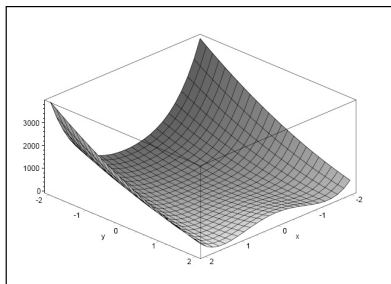
## Pierwsza funkcja de Jonga



- $f(x) = \sum_{i=1}^n x_i^2$ .
- $x^* = (0, 0, \dots, 0)$ .
- $f(x^*) = 0$ .



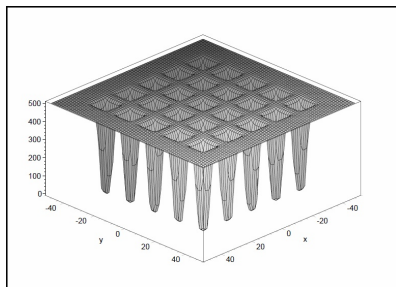
## Dolina Rosenbrocka



- $f(x) = \sum_{i=1}^{n-1} [100(x_{i+1} - x_i^2)^2 + (1 - x_i)^2]$
- $x^* = (1, 1, \dots, 1)$ .
- $f(x^*) = 0$ .



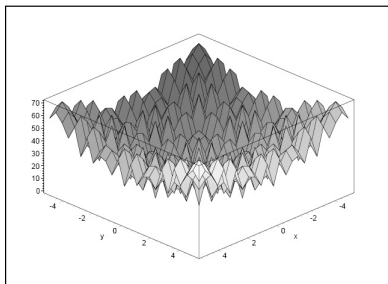
## Piąta funkcja de Jonga



- $f(x) = \left( \sum_{i=-2}^2 \sum_{j=-2}^2 (5(i+2) + j + 3 + (x_1 - 16j)^6 + (x_2 - 16i)^6)^{-1} \right)^{-1}$ .
- $x^* = (-32, -32)$ .
- $f(x^*) = 0.998$ .



# Funkcja Rastrigina



- $f(x) = 10n + \sum_{i=1}^n [x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i)]$
- $x^* = (0, 0, \dots, 0)$ .
- $f(x^*) = 0$ .



## Wyniki - procent sukcesów I

| Funkcja                   | Algorytm | Procent sukcesów |        |        |
|---------------------------|----------|------------------|--------|--------|
|                           |          | Test 1           | Test 2 | Test 3 |
| Pierwsza funkcja de Jonga | PSO      | 100%             | 100%   | -      |
|                           | RPSO     | 0%               | 0%     | -      |
|                           | MPSO     | 0%               | 1%     | -      |
|                           | InA      | 100%             | 100%   | -      |
|                           | ExA      | 100%             | 100%   | -      |
| Dolina Rosenbrocka        | PSO      | 1%               | 0%     | -      |
|                           | RPSO     | 0%               | 0%     | -      |
|                           | MPSO     | 0%               | 0%     | -      |
|                           | InA      | 2%               | 1%     | -      |
|                           | ExA      | 1%               | 0%     | -      |



## Wyniki - procent sukcesów II

| Funkcja                | Algorytm | Procent sukcesów |        |        |
|------------------------|----------|------------------|--------|--------|
|                        |          | Test 1           | Test 2 | Test 3 |
| Piąta funkcja de Jonga | PSO      | 96%              | 12%    | 0%     |
|                        | RPSO     | 2%               | 0%     | 1%     |
|                        | MPSO     | 28%              | 15%    | 7%     |
|                        | InA      | 71%              | 21%    | 25%    |
|                        | ExA      | 73%              | 24%    | 21%    |
| Funkcja Rastrigina     | PSO      | 12%              | 0%     | 0%     |
|                        | RPSO     | 0%               | 0%     | 0%     |
|                        | MPSO     | 0%               | 0%     | 0%     |
|                        | InA      | 4%               | 1%     | 0%     |
|                        | ExA      | 5%               | 0%     | 2%     |



## Wyniki - uzyskana wartość funkcji I

| Funkcja                   | Algorytm | Wartość funkcji |        |        |
|---------------------------|----------|-----------------|--------|--------|
|                           |          | Test 1          | Test 2 | Test 3 |
| Pierwsza funkcja de Jonga | PSO      | 0.00            | 0.00   | -      |
|                           | RPSO     | 0.25            | 1.00   | -      |
|                           | MPSO     | 0.01            | 0.00   | -      |
|                           | InA      | 0.00            | 0.00   | -      |
|                           | ExA      | 0.00            | 0.00   | -      |
| Dolina Rosenbrocka        | PSO      | 0.05            | 0.20   | -      |
|                           | RPSO     | 78.53           | 9.83   | -      |
|                           | MPSO     | 0.91            | 0.33   | -      |
|                           | InA      | 0.05            | 0.05   | -      |
|                           | ExA      | 0.03            | 0.13   | -      |





## Wyniki - uzyskana wartość funkcji II

| Funkcja                | Algorytm | Wartość funkcji |        |        |
|------------------------|----------|-----------------|--------|--------|
|                        |          | Test 1          | Test 2 | Test 3 |
| Piąta funkcja de Jonga | PSO      | 1.00            | 1.00   | 23.81  |
|                        | RPSO     | 1.00            | 1.00   | 1.00   |
|                        | MPSO     | 1.00            | 1.00   | 1.00   |
|                        | InA      | 1.00            | 1.00   | 1.00   |
|                        | ExA      | 1.00            | 1.00   | 1.00   |
| Funkcja Rastrigina     | PSO      | 0.01            | 1.01   | 4.14   |
|                        | RPSO     | 2.19            | 12.14  | 5.35   |
|                        | MPSO     | 1.22            | 1.98   | 1.30   |
|                        | InA      | 0.11            | 0.13   | 1.08   |
|                        | ExA      | 0.03            | 1.01   | 0.15   |



## Wyniki - liczba kroków I

| Funkcja       | Algorytm | Średnia liczba kroków |        |        |
|---------------|----------|-----------------------|--------|--------|
|               |          | Test 1                | Test 2 | Test 3 |
| First de Jong | PSO      | 22                    | 26     | -      |
|               | RPSO     | x                     | x      | -      |
|               | MPSO     | x                     | 70     | -      |
|               | InA      | 27                    | 32     | -      |
|               | ExA      | 28                    | 32     | -      |
| Rosenbrock's  | PSO      | 26                    | x      | -      |
|               | RPSO     | x                     | x      | -      |
|               | MPSO     | x                     | x      | -      |
|               | InA      | 48                    | 95     | -      |
|               | ExA      | 97                    | x      | -      |

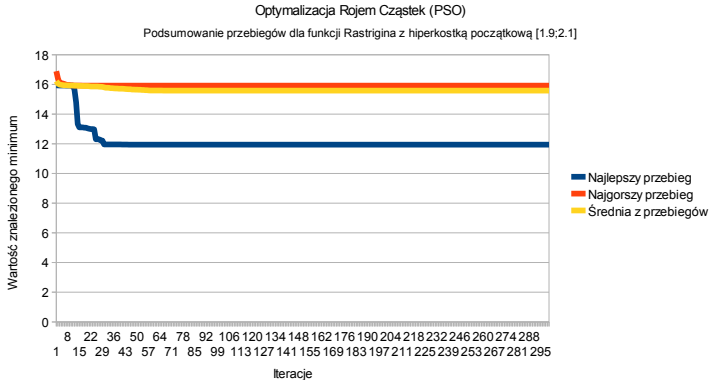


## Wyniki - liczba kroków II

| Funkcja       | Algorytm | Średnia liczba kroków |        |        |
|---------------|----------|-----------------------|--------|--------|
|               |          | Test 1                | Test 2 | Test 3 |
| Fifth de Jong | PSO      | 27                    | 49     | x      |
|               | RPSO     | 14                    | x      | 73     |
|               | MPSO     | 45                    | 36     | 77     |
|               | InA      | 32                    | 43     | 66     |
|               | ExA      | 39                    | 45     | 39     |
| Rastrigin's   | PSO      | 41                    | x      | x      |
|               | RPSO     | x                     | x      | x      |
|               | MPSO     | x                     | x      | x      |
|               | InA      | 30                    | 21     | x      |
|               | ExA      | 40                    | x      | 62     |



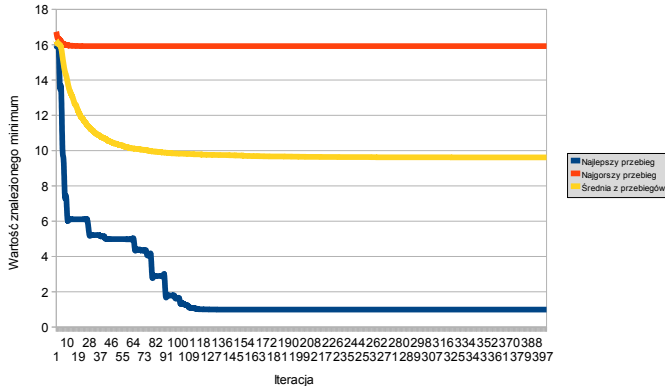
# Wyniki - przykładowy przebieg



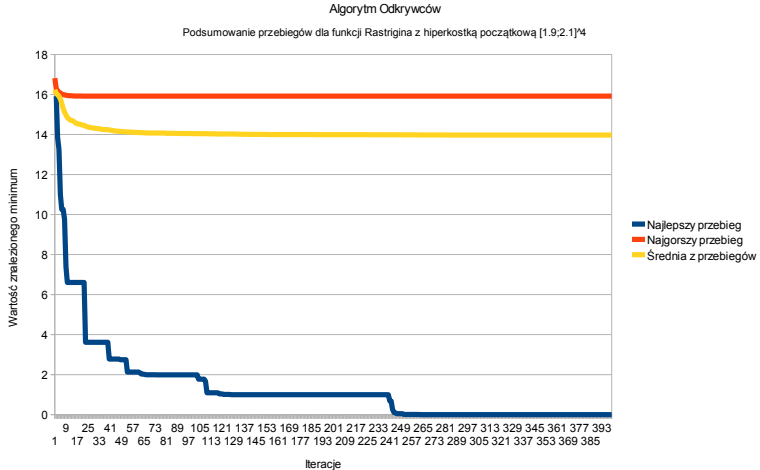
# Wyniki - przykładowy przebieg

## Algorytm Wynalazców

Podsumowanie przebiegów dla funkcji Rastrigina z hiperkostką początkową  $[1.9; 2.1]^4$



# Wyniki - przykładowy przebieg



# Wnioski

- Dla przypadków o niewielkiej liczbie wymiarów modyfikacje algorytmu sprostały postawionemu zadaniu wydostania się z minimum lokalnego
- Modyfikacja nie obniżyła w sposób istotny jakości działania algorytmu bazowego dla prostszych funkcji



## Dalsze działania

- Zaimplementowanie ograniczenia prędkości cząstki
- Wykorzystanie metaoptymalizacji
  - Jako strategii optymalizacyjnej
  - Jako pomocy w dynamicznym ustalaniu parametrów
  - Jako pomocy w ustalaniu parametrów dla zadania danej klasy





## Dalsze badania

- Zmierzenie rozproszenia roju w czasie
- Zmierzenie średniej prędkości cząstek roju w czasie
- Przetestowanie algorytmów benchmarkiem COmparing Continuous Optimisers w ramach Black-Box Optimization Benchmarking 2012
- Zaprezentowanie problemu doboru architektury i konfiguracji serwerów mapowych w postaci funkcji i próba jej optymalizacji przy użyciu algorytmów



# Źródła I



Standard PSO 2006, 2006.



Ioan Cristian and Trelea.

The particle swarm optimization algorithm: convergence analysis and parameter selection. *Information Processing Letters*, 85(6):317 – 325, 2003.



Kenneth Alan De Jong.

*An analysis of the behavior of a class of genetic adaptive systems.*  
PhD thesis, 1975.



Nikolaus Hansen, Steffen Finck, Raymond Ros, and Anne Auger.

Real-parameter black-box optimization benchmarking 2010: Noiseless functions definitions, 2011.



D. Karaboga and B. Basturk.

On the performance of artificial bee colony (abc) algorithm. *Applied Soft Computing*, 8(1):687 – 697, 2008.



J. Kennedy and R. Eberhart.

Particle swarm optimization.

*Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks. IV*, pages 1942–1948, 1995.



Marcin Molga and Czesław Smutnicki.

Test functions for optimization needs, kwiecień 2005.

<http://www.zsd.ict.pwr.wroc.pl/files/docs/functions.pdf>.



# Źródła II



H. Mühlenbein, D. Schomisch, and J. Born.  
The Parallel Genetic Algorithm as Function Optimizer.  
*Parallel Computing*, 17(6-7):619–632, 1991.



A. Immanuel Selvakumar and K. Thanushkodi.  
Optimization using civilized swarm: Solution to economic dispatch with multiple minima.  
*Electric Power Systems Research*, 79(1):8 – 16, 2009.



Y. Shi and R.C. Eberhart.  
A modified particle swarm optimizer.  
*Proceedings of IEEE International Conference on Evolutionary Computation*, page 69–73, 1998.



Y. Shi and R.C. Eberhart.  
Parameter selection in particle swarm optimization.  
*Proceedings of Evolutionary Programming VII (EP98)*, page 591–600, 1998.



A. Törn and A. Zilinskas.  
Global Optimization.  
*Lecture Notes in Computer Science*, 350, 1989.

