Liczby zespolone, wielomiany , funkcje wymierne i ułamki proste

1. Przedstaw w postaci algebraicznej liczby zespolone

   $z = (2+5j)(3-2j)$, $\quad z = \frac{2+5j}{3+5j}$, $\quad z = \frac{1}{j}$, $\quad z = (2+j)^2$,
   $z = (3-j)^3$, $\quad z = \frac{1+j}{1+j\sqrt{3}}$

2. Narysuj na płaszczyźnie zespolonej zbiory

   $Re(z) = 4$, $\quad Im(\bar{z}) = -3$, $\quad |z-3+j| = 2$,
   $|z-3+j| \geqslant 1$, $\quad Re(\frac{1}{\bar{z}+j}) = 4$, $\quad Im(\frac{1}{\bar{z}+1}) = 1$, $\quad |z-j|+|z+j| = 4$
   $|z-1|+|z+1| = 2$

3. Przedstaw w postaci trygonometrycznej i wykładniczej liczby :

   j, $\quad j^3$, $\quad \frac{1}{(-1+j)^{-2}}$, $\quad \frac{1}{(1-j)^2}$, $\quad \frac{1}{\left(2-j2\sqrt{3}\right)^2}$

   $\left(2+j2\sqrt{3}\right)$, $\quad \left(\sqrt{3}+j\right)$, $\quad \left(2+j2\sqrt{3}\right)^2$
   $\left(2+j2\sqrt{3}\right)^3$, $\quad (2+2j)^2$, $\quad (2+2j)^3$

4. Oblicz

   $\frac{(1+j)^2(-j)^{10}}{(\sqrt{3}+j)^2(1-j\sqrt{3})^4}$, $\quad \frac{(\sqrt{3}+j)^5(1-j\sqrt{3})^4}{(\sqrt{3}-j)^7(1+\sqrt{3})^5}$, $\quad \frac{1-j}{(1+j)^3}$, $\quad \frac{|1+j|}{(1+j)^3}$

5. Oblicz pierwiastki drugiego stopnia z liczb zespolonych:

   j, $\quad -j$, $\quad -5+12j$, $\quad -3-4j$

6. Rozwiąż równania

   $z^3 = j$, $\quad z^3+1 = 0$, $\quad z^5-1 = 0$, $\quad z^4 = 16$, $\quad z^6 = 1$

7. Rozwiąż równania

   $az^2+bz+c = 0$ gdzie $a, b, c \in \mathbb{C}$, $\quad z^3-5z^2+9z-5 = 0$,

   $(z-j)^2 = 0$, $\quad (z-1-j)^2 = 1+j\sqrt{3}$, $\quad (z-j)^2 = 4j$,

   $z^4-4z^3+6z^2-4z+5 = 0$ (jednym z pierwiastków jest $z_0 = j$.)

8. Rozłóż na czynniki liniowe wielomiany

   $f(z) = z^2-(3-2j)z+(1-3j)$, $\quad f(z) = z^6+1$, $\quad f(z) = jz^3-jz^2+jz-j$, $\quad f(z) = z^3-(1-i)z^2-iz$

9. Rozłóż na ułamki proste funkcje wymierne w dziedzinach $\mathbb{R}$ i $\mathbb{C}$

   $\frac{1}{x^2-3x+2}$, $\quad \frac{2-x}{x^2-3x+2}$, $\quad \frac{x-5}{x^2-3x+2}$, $\quad \frac{x^2-5}{x^2-3x+2}$, $\quad \frac{2\left(x^5-1\right)}{(x^2+1)}$

   $\frac{4x}{x^4-4}$, $\quad \frac{x^3+2x^2-x+2}{x^4-1}$, $\quad \frac{z-1-5j}{z^2-2z+2}$, $\quad \frac{x^2+x+1}{x^2-1}$, $\quad \frac{\left(x^4-x^3-2x^2+4x\right)}{(x^- x^2-x+1)}$

Liniowa Niezależność, macierze , wyznacznik, macierz odwrotna, układy równań

1. Sprawdzić bezpośrednio z definicji czy układ wektorów jest liniowo niezależny:

   (a) $\left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$

   (b) $\left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 9 \\ 10 \\ 11 \\ 12 \end{bmatrix} \right\}$

2. Pokazać że:

   (a)
$$\begin{bmatrix} 5 & -3 & 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ -3 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} = [25+9+4] = [38]$$

   (b)
$$\begin{bmatrix} 5 \\ -3 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 5 & -3 & 2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 25 & -15 & 10 & 0 \\ -15 & 9 & -6 & 0 \\ 10 & -6 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

   (c)
$$\begin{bmatrix} 5 & 4 & -2 \\ -3 & -3 & -1 \\ 2 & -3 & -3 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 5 & 5 \\ -1 & 4 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 & 33 \\ -15 & -31 \\ 4 & -14 \\ -4 & 0 \end{bmatrix}$$

   (d)
$$\begin{bmatrix} 5 & -1 & 3 & -5 \\ 5 & 4 & 4 & -4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 5 & 4 & -2 \\ -3 & -3 & -1 \\ 2 & -3 & -3 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} . = \begin{bmatrix} 34 & 9 & -13 \\ 21 & -8 & -22 \end{bmatrix}$$

3. Obliczyć wyznacznik:

   (a) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ (odp:-1)

(b) $\begin{bmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 2 & 3 & -1 \\ -2 & -5 & 4 \end{bmatrix}$ (odp: -11)

(c) $\begin{bmatrix} 5 & 3 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 5 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ (odp: 18)

(d) $A_1 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 3 & -1 \end{bmatrix}$ $detA_1 =$ (odp: -5)

(e) $A_2 = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & 3 & -1 \end{bmatrix}$ $detA_2 =$ (odp: 1)

(f) $A_1.A_2 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 3 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & 3 & -1 \end{bmatrix}$ $detA_1.A_2 =$

(g) $A_2.A_1 = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & 3 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 3 & -1 \end{bmatrix}$ $detA_2.A_1 =$

4. Oblicz macierz odwrotną A^{-1}. Potwierdź wynik wykonując mnożenie $A.A^{-1}$.

   (a) $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$

   (b) $\begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 3 & -7 \end{bmatrix}$

   (c) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 5 & -1 \end{bmatrix}$

   (d) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -5 \\ 3 & 2 & -7 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$

5. Rozwiąż układ Cramera :

   $\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$, (odp:$\{x = 8/5, y = 2/5\}$)

$$\begin{bmatrix} 2 & -3 & -1 \\ 3 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix} \text{(odp:}\{x = 0, y = -3, z = 7\}\text{)}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 0 & -2 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \text{(odp:}\{x = -3, y = -4, z = -7\}\text{)}$$

$$\left\{ \begin{array}{rcrcr} 2x & + & y & = & 4 \\ x & - & y & = & -1 \end{array} \right. \text{(odp:}\{x = 1, y = 2\}\text{)}$$

$$\left\{ \begin{array}{rcrrcr} 2x & + & 3y & -5z & = & 9 \\ x & + & 2y & -2z & = & 4 \\ 3x & + & y & -6z & = & 12 \end{array} \right. \text{(odp:}\{x = 2, y = 0, z = -1\}\text{)}$$

$$\left\{ \begin{array}{rcrrcr} x & + & y & -z & = & 0 \\ -2x & + & 3y & & = & 1 \\ x & + & 5y+ & z & = & -10 \end{array} \right. (\text{odp} : \{x = -2, y = -1, z = -3\})$$

$$\left\{ \begin{array}{rcrcrrcr} x & + & y & - & z & -t & = & 8 \\ -2x & - & y & & & +t & = & -4 \\ x & + & 3y & + & z & +2t & = & 7 \\ x & + & y & + & 2z & -t & = & -7 \end{array} \right.$$

$(\text{odp} : \{x = 1, y = 3, z = -5, t = 1\})$

6. Rozwiąż układ równań:

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 0 & -2 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix} \text{(odp:}\{x = \tfrac{z-2}{3}, y = \tfrac{z-1}{2}\}\text{)}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 0 & -2 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 4 & -3 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \text{(odp:}\{x = -3, y = -4, z = -7\}\text{)}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 0 & -2 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 4 & -3 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \text{(odp:sprzeczny)}$$

7. Wyznacz rząd macierzy:

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 9 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 8 & 0 & 10 \end{bmatrix} \text{(odp:4)}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 8 & 0 & 10 \end{bmatrix}^T \text{(odp:5)}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 & 7 & 5 \\ 2 & 1 & 5 & 0 & 1 \\ -2 & 3 & -1 & -14 & -9 \\ 1 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 5 & -1 & 8 & 15 & 10 \end{bmatrix} \text{(odp:3 Rozpatrz } A^T \left[x, y, -y, \tfrac{x}{2}+y, -\tfrac{x}{2}-y\right]\text{)}$$

8. Wyznacz rząd macierzy zależnie od parametru:

(a) $\begin{bmatrix} 2 & p \\ p^2 & 8p \end{bmatrix}$,

(b) $\begin{bmatrix} p^5 & 0 & p^2 \\ 0 & 0 & 0 \\ p^7 & 0 & p^4 \end{bmatrix}$,

(c) $\begin{bmatrix} -5p & 4p+2 \\ -6p-3 & 5(p+1) \end{bmatrix}$,

(d) $\begin{bmatrix} 1-p & (p-2)(p-1) \\ p^2-1 & p^3+p-2 \end{bmatrix}$

(e) $\begin{bmatrix} -5p & 4p+2 \\ -6p-3 & 5(p+1) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1-p & (p-2)(p-1) \\ p^2-1 & p^3+p-2 \end{bmatrix}$

(Wskazówka : rozważ kolejne przypadki $\{p=-3, p=0, p=1, p=2\}$)

(f) $A(i,j) = \{ijp^{pj+qi}\}$ for $(i=1,\ldots,5; j=1,\ldots 6)$ i.e:

$$A = \begin{bmatrix} p^{p+q} & 2p^{2p+q} & 3p^{3p+q} & 4p^{4p+q} & 5p^{5p+q} & 6p^{6p+q} \\ 2p^{p+2q} & 4p^{2p+2q} & 6p^{3p+2q} & 8p^{4p+2q} & 10p^{5p+2q} & 12p^{6p+2q} \\ 3p^{p+3q} & 6p^{2p+3q} & 9p^{3p+3q} & 12p^{4p+3q} & 15p^{5p+3q} & 18p^{6p+3q} \\ 4p^{p+4q} & 8p^{2p+4q} & 12p^{3p+4q} & 16p^{4p+4q} & 20p^{5p+4q} & 24p^{6p+4q} \\ 5p^{p+5q} & 10p^{2p+5q} & 15p^{3p+5q} & 20p^{4p+5q} & 25p^{5p+5q} & 30p^{6p+5q} \end{bmatrix}$$

(odp: jeśli $p=0$ rank$A(p,q)=0$,w pozostałych przypadkach 1)

9. Rozwiąż układ równań :

(a) $\begin{cases} x + y = 3 \\ x + 2y + 3z = 14 \\ 3x + 2y + z = 10 \\ x + y + z = 6 \\ 2x + 3y - z = 5 \end{cases}$

(odp:$\{x=1, y=2, z=3\}$)

(b) $\begin{cases} x & +5y & +4z & +3t = & 1 \\ 2x & -y & +2z & -t = & 0 \\ 5x & +3y & +8z & +t = & 1 \end{cases}$

(odp:$\left\{\frac{1}{11}(2t-14z+1), \frac{1}{11}(-7t-6z+2)\right\}$)

(c) $\begin{cases} 6x & -5y & +7z & +8t = & 3 \\ 3x & +11y & +2z & +4t = & 6 \\ 3x & +2y & +3z & +4t = & 1 \\ x & +y & +z & = & 0 \end{cases}$ (odp: no solutions)

(d) $\begin{cases} 6x & -5y & +7z & +8t = & 3 \\ 3x & -11y & +2z & +4t = & 6 \\ 3x & +2y & +3z & +4t = & 1 \\ x & +y & +z & = & 0 \end{cases}$ $(x = \frac{19}{11}, y = -\frac{3}{11}, z = -\frac{16}{11}, t = \frac{2}{11})$

10. Przeanalizuj istnienie rozwiazań w zalezności od parametru, podaj rozwiazania jeśli istnieją:

(a) $\begin{cases} 6x & +9y & -z & = & 1 \\ & (p-6)y & +7z & = & 1 \\ 4x & +py & +2z & = & 1 \end{cases}$

(odp: jeśli $p \neq 6, x = \frac{5p-27}{26(p-6)}, y = \frac{-1}{13(p-6)}, z = \frac{2}{13}$, jeśli $p = 6$ sprzeczny.)

(b) $\begin{cases} px & +y & +z & = & 2 \\ x & +py & +z & = & 2 \\ x & +y & +2z & = & p \end{cases}$

(odp: if $p \neq 1$ and $p \neq 0$ $x = y\frac{4-p}{2p}, z = \frac{p^2+p-4}{2p}$,
jesli $p = 1$ $y = 3 - x, z = -1$ jeśli $p = 0$ sprzeczny.)

Geometria przestrzeni $\mathbb{R}^3$, iloczyn skalarny i wektorowy, proste i płaszczyzny.

1. Wyznacz iloczyn skalarny i iloczyn wektorowy wektorów v_1, v_2:
   (a) $v_1 = [-2, 4, 1], v_2 = [1, 2, 1]$
   (b) $v_1 = [3, -1, 1], v_2 = [1, 2, -1]$
   (c) $v_1 = [-2, 4, 1] + [3, -1, 1], v_2 = [1, 2, -1]$
   (d) $v_1 = [3, -1, 1], v_2 = [-6, 2, -2]$
   (e) $v_1 = [-1, 4, 7] + [3, -1, 1], v_2 = [1, 2, -1]$
2. Wyznaczyć odległości między punktami A,B:
   (a) $A(1, 0, 0), B(0, 1, 0)$.
   (b) $A(2, 0, 0), B(0, 3, 0)$.
   (c) $A(1, 1, 1), B(1, 5, 6)$.
   (d) $A(a, b, c), B(2a, 2b, 2c)$.
   (e) $A(2a, 2b, 2c), B(5a, 5b, 5c)$.
   (f) $A(a, b, c), B(5a, 5b, 5c)$.
3. Policzyć $\cos\alpha$ dla kąta $\alpha = \angle(v_1, v_2)$ pomiędzy wektorami
   (a) $v_1 = [0, 1, 2]$, $v_2 = [1, \sqrt{3}, 0]$
   (b) $v_1 = [1, 0, 0]$, $v_2 = [5, 0, 0.5\sqrt{3}]$
   (c) $v_1 = [1, 0, 0] + [1, \sqrt{3}, 0]$,$v_2 = [1, 0, 0] - [5, 0, 5\sqrt{3}]$
   (d) $v_1 = [2, 1, 5]$, $v_2 = [3, -1, 1]$
4. Policzyć pole równoległoboku rozpiętego na wektorach i $\sin\angle(v_1, v_2)$
   (a) $v_1 = [1, 0, 0]$, $v_2 = [1, \sqrt{3}, 0]$
   (b) $v_1 = [1, 0, 1]$, $v_2 = [5, 0, 5\sqrt{3}]$
   (c) $v_1 = [3, 5, 8]$, $v_2 = [-2, 1, 2]$
   (d) $v_1 = [2, 1, -3]$, $v_2 = [3, 1, 2]$
   (e) $v_1 = [2, -1, -3]$, $v_2 = [-4, 2, 6]$
5. Napisać równanie i parametryzację płaszczyzny przechodzącej przez punkty A,B C:
   (a) $A(1, 0, 0), B(0, 1, 0)C, (0, 0, 1)$.
   (b) $A(2, 0, 0), B(0, 3, 0), C(0, 0, 5)$.
   (c) $A(1, 1, 0), B(1, 0, 1), C(0, 1, 1)$.

(d) $A(2,-1,4), B(3,1,5), C(1,1,4)$.

(odp. (d) $-2x - y + 4z = 13$,$\{x,y,z\} = \{\alpha + 2\beta + 1, 1 - 2\alpha, \beta + 4\}$)

6. Napisać równanie płaszczyzny przechodzącej przez punkty $A(2,-1,4), B(3,1,5)$ i prostopadłej do $v = [1,-1,1]$.

7. Napisać równanie dowolnej płaszczyzny przechodzącej przez dwa dane punkty $A(2,-1,4), B(3,1,5)$.

8. Napisać układ równań liniowych wyznaczajacych prostą prostopadłą do płaszczyzny $2x+4y-3z = 6$ i przechodzacej przez punkt $A(1,1,2)$. Podać jej parametryzację.

9. Wyznaczyć objętość równoległościanu rozpiętego na wektorach

   (a) $v_1 = [2,0,0]$, $v_2 = [0,3,0]$, $v_3 = [0,0,1]$.

   (b) $v_1 = [1,0,0]$, $v_2 = [1,\sqrt{3},0]$,$v_3 = [0,0,1]$.

   (c) $v_1 = [1,0,0]$, $v_2 = [5,0,5\sqrt{3}]$,$v_3 = [2,-1,1]$.

   (d) $v_1 = [3,5,8]$, $v_2 = [-2,1,2]$,$v_3 = [2,-1,1]$

   (e) $v_1 = [2,1,-3]$, $v_2 = [3,1,2]$,$v_3 = [2,-1,1]$

10. Rozważ kostkę o wierzchołkach

$$\{(0,0,0),(1,0,0),(0,1,0),(1,1,0),(0,0,1),(1,0,1),(0,1,1),(1,1,1)\}$$

    Wyznacz odległość pomiędzy punktem $D(0,0,0)$ a płaszczyzną P zawierajacą punkty $A(0,1,0), B(1,0,0), C(0,0,1)$.Wyznacz pole trójkąta A,B,C,D i objętość czworościanu A,B,C,D.

11. Wyznacz odległość pomiędzy punktem $D(3,5,1)$ a płaszczyzną P zawierajacą punkty $A(2,3,-1), B(3,4,1), C(1,1,0)$. Wyznacz pole trójkąta A,B,C i objętość czworościanu A,B,C,D.

12. Wyznaczyć odległość punktu A od płaszczyzny P

   (a) $A(2,1,5)$, $P:\quad 2x - 3y + 1z = 1$.

   (b) $A(3,1,2)$, $P:\quad [x,y,z] = s[1,3,1] + t[2,-3,1] + [1,2,0]$

   (c) $A(2,5,1)$, $P:\quad [x,y,z] = s[1,3,1] + t[2,-3,1] + [1,2,0]$

13. Wyznaczyć rzut prostopadły punktu A na płaszczyznę P z zadania poprzedniego.

14. Znaleźć parametryzację prostej równoległej do $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{0} = \frac{z-3}{-2}$ przechodzącej przez punkt $(1,2,6)$.

15. Znaleźć parametryzację prostej prostopadłej do płaszczyzny $2x - 6y + 3z = 1$ rzechodzącej przez punkt $p(1, -2, 6)$.

16. Zbadać układ równań $\left\{\begin{array}{rrrcr} 2x & +5y & +z & = & 1 \\ -2x & +y & +3z & = & 2 \\ 4x & +4y & -2z & = & -1 \end{array}\right.$

17. Zbadać układ równań $\left\{\begin{array}{rrrcr} 2x & +5y & +z & = & 2 \\ -2x & +y & +3z & = & 2 \\ 4x & +4y & -2z & = & -1 \end{array}\right.$

18. Podać sens geometryczny poprzedniej odpowiedzi. Znaleźć odległość pomiędzy płaszczyzną $2x+5y+z = 1$ i prostą $\left\{\begin{array}{rrrcr} -2x & +y & +3z & = & 2 \\ 4x & +4y & -2z & = & -1 \end{array}\right.$.

19. Znaleźć odległość pomiędzy płaszczyzną $2x - 6y + 3z = 1$ i prostą $\frac{x-4}{3} = \frac{y-2}{0} = \frac{z+1}{-2}$.