

## CTG - Zestaw przygotowawczy.

**Obowiązujące modele kolorowania:** klasyczne, listowe, sprawiedliwe (równościowe), sumacyjne, sumacyjne dla krawędzi, cyrkularne, zwarte, harmoniczne, on-line.

**Obowiązujące algorytmy:** Largest First (LF), Smallest Last (SL), DSatur, MmSetC, AMmSetC (GIS), wyznaczanie liczby chromatycznej w oparciu o zasadę włączania wyłączenia, znajdujący kolorowanie krawędzi drzewa o minimalnej sumie w oparciu o programowanie dynamiczne, kolorujący drzewo zwarcie, z Twierdzenia 9.8 o zwartym kolorowaniu iloczynu grafów,

### Obowiązujące twierdzenia z dowodami:

1. Lemat 2 o liczbie  $c_k(V)$  (zasada włączania-wyłączenia).
2. Twierdzenie 11.2 o tym że  $K_{m,m}$  nie jest  $k$ -wybieralny dla  $m = \binom{2k-1}{k}$ .
3. Lemat 11.3 o 2-wybieralności naszyjnika  $\Theta_{2,2,2m}$ .
4. Lemat 11.9 o konstrukcji grafu nie D-wybieralnego.
5. Twierdzenie 11.10 o D-wybieralności naszyjnika  $\Theta_{p,q,r}$ .
6. Twierdzenie 5.5 o ograniczeniu na liczbę kolorów potrzebnych do pokolorowania sumacyjnego grafu.
7. Twierdzenie o ograniczeniach na cyrkularną liczbę chromatyczną, przez klasyczną liczbę chromatyczną.
8. Twierdzenie o warunku dostatecznym na równość cyrkularnej liczby chromatycznej i klasycznej.
9. Twierdzenie 9.10 o zwartym kolorowaniu krawędzi drzewa.
10. Twierdzenie 9.19 o zwartym kolorowaniu grafów o maksymalnym stopniu 4 bez wierzchołków stopnia 3.
11. Twierdzenie 7.3 (część) o harmonicznym kolorowaniu ścieżki parzystej długości na nieparzystą liczbę kolorów.
12. Twierdzenie 7.10 o ograniczeniu na harmoniczną liczbę chromatyczną.
13. Twierdzenie o liczbie kolorów kolorowania on-line grafów przedziałowych.
14. Twierdzenie o ograniczeniach na liczbę kolorów kolorowania on-line grafów przedziałowych przedziałów równych długości.

## Przykładowe zadania

1. Podaj przykład grafu trudnego/ dość trudnego dla obowiązującego algorytmu np LF.
2. Podać przykład grafu dwudzielnego na  $n$  wierzchołkach dla którego algorytm LF użyje  $O(\sqrt{n})$  kolorów niezależnie od kolejności wierzchołków (ani od losowań).
3. Na ile kolorów pokoloruje obowiązujący algorytm dany graf/ graf o danych własnościach. np Dsatur graf dwudzielny, SL drzewo, graf zewnętrznie planarny (graf planarny którego wszystkie wierzchołki leżą na zewnętrznej ścianie).
4. Zaprezentuj działanie obowiązującego algorytmu na podanym przykładzie.
5. Zaprojektuj modyfikacje obowiązującego algorytmu dla obowiązującego modelu. (Im lepsza propozycja tym lepiej oceniona) Wskaż, graf dla które zaproponowany algorytm koloruje nie optymalnie. np SL dla kolorowania listowego.
6. Pokazać że dany graf nie jest  $k$ -wybieralny (D-wybieralny).
7. Znaleźć optymalne pokolorowanie danego grafu zgodnie z obowiązującym modelem.
8. Wyznaczyć i uzasadnić deficytowość podanego grafu (kolorowanie zwarte).