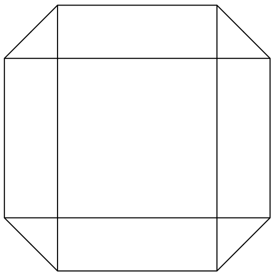
1. Znaleźć najlepsze pokolorowanie sprawiedliwe oraz zwarte kolorowanie krawędzi podanego grafu.
2. Udowodnić, że jeśli każdy graf dwudzielny regularny ma sumę chromatyczną równą $\frac{3}{2}|G|$
3. Udowodnić prawdziwość lub nieprawdziwość stwierdzenia: 4-regularny graf dwudzielny jest zwarcie kolorowalny.
4. Lemat 11.3 o 2-wybieralności naszyjnika $\Theta_{2,2,2m}$ lub Twierdzenie 11.10 o D-wybieralności naszyjnika $\Theta_{p,q,r}$.
5. Twierdzenie o ograniczeniach na cyrkularną liczbę chromatyczną, przez klasyczną liczbę chromatyczną lub Twierdzenie o liczbie kolorów kolorowania on-line grafów przedziałowych.

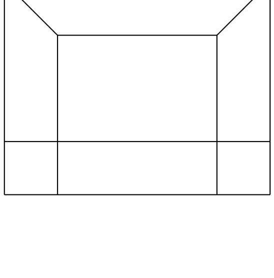
1. Znaleźć najlepsze pokolorowanie cyrkularne oraz sumacyjne podanego grafu.
2. Klikę o k-wierzchołkach nazywamy k-drzewem, każdy graf zbudowany z k-drzewa przez dodanie jednego wierzchołka i połączeniu go z wszystkimi wierzchołkami pewnej kliki rozmiaru k też nazywamy k-drzewem. Na ile kolorów najwyżej pokoloruje k-drzewo algorytm SL. Czy będzie to pokolorowanie optymalne. Odpowiedz uzasadnić.
3. Udowodnić prawdziwość lub nieprawdziwość stwierdzenia: Graf którego każdy cykl (cykl prosty) ma długość 4 jest zwarcie kolorowalny.
4. Lemat 11.3 o 2-wybieralności naszyjnika $\Theta_{2,2,2m}$ lub Twierdzenie 11.10 o D-wybieralności naszyjnika $\Theta_{p,q,r}$.
5. Twierdzenie o ograniczeniach na cyrkularną liczbę chromatyczną, przez klasyczną liczbę chromatyczną lub Twierdzenie o liczbie kolorów kolorowania on-line grafów przedziałowych.

1. Znaleźć najlepsze pokolorowanie cyrkularne oraz sumacyjne podanego grafu.
2. Grafami cięciwowymi nazywamy grafy pełne oraz grafy powstałe z grafów cięciwowych przez dodanie wierzchołka i połączenia go z wszystkimi wierzchołkami pewne kliki. Znaleźć graf cięciwowy który może zostać pokolorowany przez algorytm SL nieoptymalnie, lub udowodnić że takiego grafu nie ma.
3.W drzewie T każdy wierzchołek jest stopnia 1 lub 3, wstawiamy po jednym wierzchołku stopnia dwa na każdej krawędzi, po czym bierzemy graf krawędziowy tak powstałego grafu. Udowodnić że jest on zwarcie kolorowalny lub że to nie prawda.
4. Lemat 11.9 o konstrukcji grafu nie D-wybieralnego lub Twierdzenie 5.5 o ograniczeniu na liczbę kolorów potrzebnych do pokolorowania sumacyjnego grafu.
5. Twierdzenie o warunku dostatecznym na równość cyrkularnej liczby chromatycznej i klasycznej lub Twierdzenie o ograniczeniach na liczbę kolorów kolorowania on-line grafów przedziałowych przedziałów równych długości.

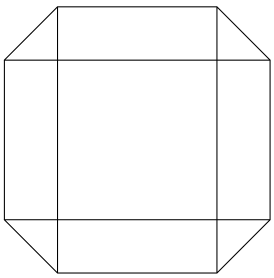
1. Znaleźć lub pokazać że nie istniej a) zwarte, b) sprawiedliwe kolorowanie grafu na rysunku.
2. Niech $C_n^2 = (\{0..n-1\}, E)$, gdzie $ij \in E \Leftrightarrow |i-j| \leqslant 2$ (odejmowanie modulo n). Ile kolorów zużyje algorytm DSatur do pokolorowania C_n^2. Dla jakich n będzie to kolorowanie optymalne.
3. Jaka jest cyrkularna liczba chromatyczna cyklu o n wierzchołkach? Zaproponuj algorytm, kolorujący cyrkularnie graf, którego cykle są krawędziowo rozłączne. Ile kolorów zużyje zaproponowany algorytm w zależności od długości najkrótszego nieparzystego cyklu?
4. Lemat 11.3 o 2-wybieralności naszyjnika $\Theta_{2,2,2m}$ lub Lemat 11.9 o konstrukcji grafu nie D-wybieralnego
5. Twierdzenie o liczbie kolorów kolorowania on-line grafów przedziałowych lub Twierdzenie o ograniczeniach na liczbę kolorów kolorowania on-line grafów przedziałowych przedziałów równych długości.



1. Znaleźć lub pokazać że nie istniej a) zwarte, b) sprawiedliwe kolorowanie grafu na rysunku.
2. Niech $G_n = (\{a,b\} \times \{0..n-1\}, E)$, gdzie $E = \{(a,i)(b,i), (a,i)(a,i+1), (b,i)(b,i+1), (b,i)(a,i+1), (a,i)(b,i+1) : i \in \{0..n-1\}\}$. (dodawanie modulo n). Ile kolorów zużyje algorytm DSatur do pokolorowania G_n. Dla jakich n będzie to kolorowanie optymalne.
3. Jaki jest cyrkularny indeks chromatyczny cyklu o n wierzchołkach? Zaproponuj algorytm, kolorujący cyrkularnie krawędzie grafu, którego cykle są wierzchołkowo rozłączne. Ile kolorów zużyje zaproponowany algorytm w zależności od długości najkrótszego nieparzystego cyklu?
4. Twierdzenie 11.10 o D-wybieralności naszyjnika $\Theta_{p,q,r}$ lub Twierdzenie 5.5 o ograniczeniu na liczbę kolorów potrzebnych do pokolorowania sumacyjnego grafu.
5. Twierdzenie 9.10 o zwartym kolorowaniu krawędzi drzewa lub Twierdzenie 7.10 o ograniczeniu na harmoniczną liczbę chromatyczną.



1. Znaleźć pokolorowania a) wierzchołków b) krawędzi grafu na rysunku minimalizujące sumę chromatyczną.
2. Niech $G_k = (\{1..3k-1\}, E)$, gdzie $ij \in E \Leftrightarrow |i-j| \leqslant k-1 \vee |i-j| \geqslant 2k$. Ile kolorów zużyje algorytm DSatur do pokolorowania G_k. Czy będzie to kolorowanie optymalne. Wyciągnąć wniosek na temat jakość algorytmu DSatur.
3. Wyznaczyć harmoniczną liczbę chromatyczną cyklu długości $(2k+1)k$.
4a Twierdzenie 7.10 o ograniczeniu na harmoniczną liczbę chromatyczną.
4b. Twierdzenie o warunku dostatecznym na równość cyrkularnej liczby chromatycznej i klasycznej.
5a. Twierdzenie o liczbie kolorów kolorowania on-line grafów przedziałowych.
5b. Lemat 2 o liczbie $c_k(V)$ (zasada włączania-wyłączania).



1. Znaleźć harmoniczne kolorowanie grafu na rysunku.
2. Niech $F_k = (\{(a,i) : a \in \{0..4\}, i \in \{1,..k\}\}, E)$, gdzie $E = \{(a,i)(a,j), (a,i)(a+_5 1, j) : a \in \{0..4\}, i,j \in \{1..k\}, i \neq j\}$. Ile kolorów zużyje algorytm DSatur do pokolorowania G_k. Czy będzie to kolorowanie optymalne. Wyciągnąć wniosek na temat jakość algorytmu DSatur.
3. Znaleźć ograniczenie górne na minimalną sumę chromatyczną w zależności od sprawiedliwej (równościowej) liczby chromatycznej.
4a Twierdzenie 9.19 o zwartym kolorowaniu grafów o maksymalnym stopniu 4 bez wierzchołków stopnia 3.
4b. Twierdzenie o ograniczeniach na cyrkularną liczbę chromatyczną, przez klasyczną liczbę chromatyczną.
5a. Twierdzenie o ograniczeniach na liczbę kolorów kolorowania on-line grafów przedziałowych przedziałów równych długości.
5b. Lemat 11.3 o 2-wybieralności naszyjnika $\Theta_{2,2,2m}$.