MDM 7 CYKL HAMILTONA

7.1 Podać przykład grafu spójnego, który:

a) nie ma cyklu Eulera i nie ma cyklu Hamiltona;

b) ma cykl Eulera i nie ma cyklu Hamiltona;

c) nie ma cyklu Eulera i ma cykl Hamiltona;

d) ma cykl Eulera i ma cykl Hamiltona.

7.2 Pokazać, że jeśli graf G jest 6-regularny i ma 11 wierzchołków, to ma cykl Hamiltona.

7.3 Pokazać, że jeśli graf G jest dwudzielny o klasach dwudzielności X i Y oraz $|X| \neq |Y|$, to G nie jest grafem Hamiltona.

7.4 Dla grafu $G = (V, E)$ definiujemy graf krawędziowy $L(G) = (E, F)$ gdzie $e, f \in E$ tworzą krawędź w $L(G)$, jeśli w G mają wspólny koniec. Zbadać jak zależą od siebie własności bycia grafem Eulera i bycia grafem Hamiltona w G i $L(G)$.

7.5 Wykazać, że graf Petersena nie ma cyklu Hamiltona, natomiast każdy jego podgraf indukowany o 9 wierzchołkach ma. (Jeśli ktoś nie wie co to jest graf Petersena, to może zapytać wujka Google.)

7.6 Udowodnić twierdzenie Orego bez wykorzystywania twierdzenia Pósa (Pósy ;)?). Wykazać, że twierdzenie Orego jest silniejsze od twierdzenia Diraca.

7.7 Zbadać czy szachownice 4×4 oraz 5×5 można obejść skoczkiem szachowym (wracając na pole wyjściowe oraz każde inne pole odwiedzając dokładnie raz).

7.8 Zbadać istnienie drzewa T takiego, że T^2 nie ma cyklu Hamiltona. (Graf G^2 powstaje z G przez dodanie krawędzi łączących wszystkie wierzchołki oddalone od siebie w grafie G o 2). Prosimy w tym zadaniu postąpić jak prawdziwy naukowiec, tzn. udowodnić, że takie nie istnieje lub znaleźć takie drzewo. Następnie udowodnić, że to jedyne lub znaleźć inne. Udowodnić, że zbiór takich drzew jest skończony lub znaleźć nieskończenie wiele takich drzew. Znaleźć najmniejsze takie drzewo (w sensie ilości wierzchołków). A na koniec scharakteryzować wszystkie drzewa o tej własności.