

MDM Zestaw przygotowawczy do kolokwium 2

- Zadania z kartek 3 i 4
- Rozwiązać równanie rekurencyjne metodą funkcji tworzących.
 - $a_n = 2a_{n-1} + 8a_{n-2}$ dla $n \geq 2$, $a_0 = 0$, $a_1 = 2$.
 - $a_n = 5a_{n-1} - 6a_{n-2}$ dla $n \geq 2$, $a_0 = 2$, $a_1 = 5$.
 - $a_n = a_{n-1} - 3a_{n-2} + 3^n - 5 \cdot 2^{n-2}$ dla $n \geq 2$, $a_0 = 0$, $a_1 = 1$.
 - $a_n = 2a_{n-1} - a_{n-2} + (n+3)2^{n-2}$ dla $n \geq 2$, $a_0 = 1$, $a_1 = 4$.

Zadania oznaczone gwiazdką są zbyt pracochłonne aby pojawiły się na kolokwium, jednak rozwiązanie ich stanowi dobre przygotowanie do krótszych zadań.

- $a_n = 3a_{n-1} - 2a_{n-2} - 1$ dla $n \geq 2$, $a_0 = 1$, $a_1 = 3$
 - $a_n = 3a_{n-1} - 2a_{n-2} - 2n$ dla $n \geq 2$, $a_0 = 10$, $a_1 = 20$.
 - $a_n = 4a_{n-1} - 4a_{n-2} + 1$ dla $n \geq 2$, $a_0 = 3$, $a_1 = 7$.
 - $a_n = 3a_{n-1} - 2a_{n-2} - 2n + 5$ dla $n \geq 2$, $a_0 = -3$, $a_1 = -4$.
 - $a_n = a_{n-1} + 2a_{n-2} + 2n - 5$ dla $n \geq 2$, $a_0 = 1$, $a_1 = 4$.
- Na ile sposobów można kupić 20 litrów soku jeśli w sklepie jest sok pomarańczowy oraz grejpfrutowy w opakowaniach po 1l i 2l oraz 5 opakowań 2 litrowych soku jabłkowego.
 - Na ile sposobów można kupić 120 litrów farby jeśli w sklepie jest dowolna ilość opakowań 5L i 15L pomarańczowej farby oraz 10 opakowań 5L cytrynowej farby. wsk $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$
 - Ile słów (ciągów liter) można utworzyć z liter słowa *matematyk* tak, aby sąsiednie litery były różne?
 - Jest 5 różnych talerzy z identycznymi ciastkami (po 100 ciastek na talerzu), 5 różnych osób bierze po 3 ciastka a) mogą wziąć każda tylko po jednym ciastku z każdego talerza b) mogą brać po 1,2 lub 3 ciastka z tego samego talerza. Na ile sposobów mogą to zrobić, tak aby z każdego talerza było wzięte przynajmniej jedno ciastko. (Wsk. zasada włączania-wyłączania)
 - W pewnym wesołym warsztacie stoi n różnych samochodów. Każdy samochód ma po 4 koła. Każde koło jest inne. Mechanicy okręcili wszystkie koła, pozamieniali, a następnie przykręcili. Na ile sposobów mogli to zrobić tak aby żaden samochód po tej operacji nie miał kompletu swoich kół (inaczej każdy samochód miał przynajmniej jedno nie swoje koło). Zamiana koła w jednym samochodzie (np lewy tył na prawy przód) liczymy jako inny sposób.