Godzina 12:15. grupa A

1.(3p) Rozwiązać równanie
$\frac{\sqrt{-2+2\sqrt{3}i}}{z} = Re(z + (\frac{\sqrt{3}-i}{-1+i})^9) - 16$

2.(4p) Niech $G = \{\cos n + i \sin n : n \in Z\}$. Czy $(G, \cdot)$ jest grupą? Czy funkcja $h : (G, \cdot) \to (Z, +)$ $h(z) = arccos(Rez)$ jest homomorfizmem grup?

3.(1p) Niech $(P, +, \cdot, 0, 1)$ będzie pierścieniem przemiennym z jedynką. Wiedząc, że dla dowolnego elementu $x \in P$ $x \cdot 0 = 0$ wykazac, że dzielniki zera nie są odwracalne.

4.(2p) Dla permutacji π i σ znaleźć $sign(\pi), \pi^{-1}, \pi \circ \sigma, \sigma^{99}$ oraz rozłożyć π na cykle.
$\pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 8 & 1 & 4 & 2 & 5 & 3 & 6 & 7 \end{pmatrix}$ $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 4 & 3 & 6 & 5 & 1 & 7 & 2 & 8 \end{pmatrix}$

5.(3p) Obliczyć o ile to możliwe $AB + A, BA, B^TA^T, B^TA^T + A$ dla
$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & -1 & -3 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

6.(3p) Znaleźć wszystkie macierze A o wymiarze 2×2 trójkątne górne spełniające warunek: $A^2 = A \cdot B$ dla $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$

Godzina 12:15 grupa B

1.(3p) Rozwiązać równanie
$(\frac{\sqrt{2}+i\sqrt{2}}{\sqrt{3}+i})^{10} \cdot \frac{Im(\sqrt[3]{-i})}{z} = 1$

2.(4p) Czy $(Z \times Z, \circ)$ gdzie $(n, m) \circ (k, l) = (n \cdot k, m + l)$ jest grupą? Czy funkcja $h : (Z \times Z, \circ) \to (Z, \cdot)$ $h(n, m) = n \cdot 2^m$ jest homomorfizmem grup?

3.(1p) Niech $(P, +, \cdot, 0, 1)$ będzie pierścieniem przemiennym z jedynką o co najmniej dwóch elementach. Wiedząc, że dla dowolnego elementu $x \in P$ $x \cdot 0 = 0$ wykazac, $0 \neq 1$.

4.(2p) Dla permutacji π i σ znaleźć $sign(\pi), \pi^{-1}, \pi \circ \sigma, \sigma^{99}$ oraz rozłożyć π na cykle.
$\pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 7 & 3 & 4 & 1 & 5 & 2 & 6 & 8 \end{pmatrix}$ $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 3 & 7 & 5 & 2 & 1 & 6 & 8 & 4 \end{pmatrix}$

5.(3p) Obliczyć o ile to możliwe $AB^T + A, BA^T, B^TA, BA^T + A$ dla
$A = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & -3 \end{pmatrix}$

6.(3p) Znaleźć wszystkie macierze A o wymiarze 2×2 trójkątne górne spełniające warunek: $A^2 = B \cdot A$ dla $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

Godzina 13:15. grupa A

1.(5p) Rozwiązać równanie
$z^2+\sqrt{2}(\frac{-\sqrt{2}+i\sqrt{2}}{-1+i\sqrt{3}})^{21}z+iRe(\sqrt[3]{1})=0$

2.(5p) Wiedząc, że mnożenie macierzy jest łączne wykazać, że: $(\{\begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix} : a,b \in Z\},+,\cdot)$ jest pierścieniem.

3.(1p) Niech $(G,+)$ będzie grupą. Wykazać, że jeśli $x+x=x$ to x jest elemenem neutralnym.

4.(2p) Dla permutacji π i σ znaleźć $sign(\pi), \pi^{-1}, \pi\circ\sigma, \sigma^{100}$ oraz rozłożyć π na cykle.
$\pi=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 4 & 1 & 7 & 3 & 6 & 8 & 5 & 2 \end{pmatrix}$ $\sigma=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 1 & 7 & 6 & 2 & 5 & 8 & 4 & 3 \end{pmatrix}$

5.(3p) Obliczyć o ile to możliwe AB, B^TA, B^TA^T, AB^T dla
$A=\begin{pmatrix} a & b & c \\ c & b & a \end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \end{pmatrix}$

Godzina 13:15 grupa B

1.(5p) Rozwiązać równanie
$z^2-(\frac{-\sqrt{2}-i\sqrt{2}}{-\sqrt{3}-i})^{12}z-0.25Re(\sqrt[3]{-1})=0$

2.(5p) Wiedząc, że mnożenie macierzy jest łączne wykazać, że: $(\{\begin{pmatrix} a & b \\ 2b & a \end{pmatrix} : a,b \in Q\},+,\cdot)$ jest pierścieniem.

3.(1p) Niech $(G,\cdot)$ będzie grupą. Wykazać, że jeśli $a\cdot b=c\cdot b$ to $a=c$.

4.(2p) Dla permutacji π i σ znaleźć $sign(\pi), \pi^{-1}, \pi\circ\sigma, \sigma^{100}$ oraz rozłożyć π na cykle.
$\pi=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 7 & 2 & 3 & 4 & 1 & 5 & 6 & 8 \end{pmatrix}$ $\sigma=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 7 & 5 & 2 & 1 & 6 & 8 & 3 & 4 \end{pmatrix}$

5.(3p) Obliczyć o ile to możliwe AB, B^TA, B^TA^T, AB^T dla
$A=\begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & -3 \end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix} a & b & c \\ 0 & a & b \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix}$