

1. Zaznaczyć na płaszczyźnie zespolonej zbiór

$$\left\{ z \in \mathbb{C} : \left| \frac{7+i\sqrt{5}}{\sqrt{5-i}} \right| \geq |z-4| \Rightarrow \left[\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i \right)^{51} \right] - i \geq 2 \right\}.$$

2. Niech d będzie metryką taksówkową na płaszczyźnie zespolonej. Udowodnić, że funkcja $\bar{d} : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{R}^+$ zdefiniowana przez $\bar{d}(x, y) = \lceil d(x, y) \rceil$ jest metryką oraz że (\mathbb{C}, \bar{d}) jest przestrzenią zupełną. Narysować kule otwarte $K(0, 1), K(0, \pi)$ oraz domknięte $\bar{K}(0, 1), \bar{K}(0, \pi)$ w metryce \bar{d} .

3. Udowodnić, że $\partial(A \cup B) \subseteq \partial A \cup \partial B$, oraz że inkluzja w przeciwną stronę nie musi zachodzić.

$$\text{Wsk. } x \in \partial A \Leftrightarrow \forall \epsilon > 0 \ K(x, \epsilon) \cap A \neq \emptyset \text{ i } K(x, \epsilon) \cap (X - A) \neq \emptyset.$$

4. Znaleźć $\text{dist}((0, 2), A)$ dla $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y > x^2\}$ w metryce a) taksówkowej, b) maximum.

$$\text{Wsk } (x^2)' = 2x$$

5. Wyznaczyć A^d oraz A^{dd} dla $A = \left\{ \left(\frac{1}{n}, \frac{(-1)^k}{k} \right) \in \mathbb{R}^2 : n, k \in \mathbb{N}^+ \right\}$.

1. Zaznaczyć na płaszczyźnie zespolonej zbiór

$$\left\{ z \in \mathbb{C} : 1 \leq |z+1| \Rightarrow \left[\left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i \right)^{27} \right] + 3i \leq \left| \frac{5+i\sqrt{3}}{2-i\sqrt{3}} \right| \right\}.$$

2. Niech d będzie metryką maximum na płaszczyźnie zespolonej. Udowodnić, że funkcja $\bar{d} : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{R}^+$ zdefiniowana przez $\bar{d}(x, y) = \lceil d(x, y) \rceil$ jest metryką oraz że (\mathbb{C}, \bar{d}) jest przestrzenią zupełną. Narysować kule otwarte $K(0, 1), K(0, \pi)$ oraz domknięte $\bar{K}(0, 1), \bar{K}(0, \pi)$ w metryce \bar{d} .

3. Udowodnić, że $\partial(A \cap B) \subset \partial A \cup \partial B$, oraz że inkluzja w przeciwną stronę nie musi zachodzić.

$$\text{Wsk. } x \in \partial A \Leftrightarrow \forall \epsilon > 0 \ K(x, \epsilon) \cap A \neq \emptyset \text{ i } K(x, \epsilon) \cap (X - A) \neq \emptyset.$$

4. Znaleźć $\text{dist}((0, 1), A)$ dla $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y > x^2\}$ w metryce a) taksówkowej, b) maximum.

$$\text{Wsk } (x^2)' = 2x$$

5. Wyznaczyć A^d oraz A^{dd} dla $A = \left\{ \left(\frac{(-1)^n}{n}, \frac{1}{k} \right) \in \mathbb{R}^2 : n, k \in \mathbb{N}^+ \right\}$.