

AlzG N6 15.01.2003 godz.12:15. grupa A

1.(3 pkt) Znaleźć macierz odwrotną do danej:

$$\begin{bmatrix} -2 & 2 & -1 & 0 \\ 3 & -3 & 3 & 1 \\ -2 & 2 & -2 & -1 \\ 5 & -4 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

2.(3 pkt) Obliczyć wyznacznik: $\begin{vmatrix} x & x & a & 1 \\ 1 & x & x & a \\ 1 & a & x & x \\ x & a & 1 & x \end{vmatrix}$

3.(4 pkt) Rozwiązać układ równań w zależności do parametru λ

$$x + 3y + \lambda z = 2$$

$$x + 2y - z = 1$$

$$-2x + (\lambda - 3)y + 3z = -1$$

4.(3 pkt) Niech V będzie przestrzenią wektorową a V_1, V_2 jej podprzestrzeniami. Jakie relacje muszą zachodzić między V_1, V_2 by zbiór $V_1 \cup V_2$ był podprzestrzenią V ? Odpowiedź uzasadnij.

5.(3 pkt) Niech V będzie przestrzenią wektorową nad ciałem \mathbb{K} . Udowodnić, że dla $a \in \mathbb{K}$ i $v \in V$ $a \cdot (-v) = -(a \cdot v)$. Proszę pisać z czego się korzysta.

AlzG N6 15.01.2003 godz.12:15. grupa B

1.(3 pkt) Znaleźć macierz odwrotną do danej:

$$\begin{bmatrix} -2 & -2 & -1 & 0 \\ -2 & 2 & 2 & -1 \\ 4 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

2.(3 pkt) Obliczyć wyznacznik: $\begin{vmatrix} 1 & 1 & a & x \\ x & 1 & 1 & a \\ x & a & 1 & 1 \\ 1 & a & x & 1 \end{vmatrix}$

3.(4 pkt) Rozwiązać układ równań w zależności do parametru λ

$$x + 2y - z = 1$$

$$x + 3y + (\lambda + 3)z = 2$$

$$-2x + \lambda y + 3z = -1$$

4.(3 pkt) Niech V będzie przestrzenią wektorową a V_1, V_2 jej podprzestrzeniami. Czy warunek $V_1 \cap V_2 = V_1$ jest wystarczający by zbiór $V_1 \cup V_2$ był podprzestrzenią? Czy jest to warunek konieczny? Odpowiedź uzasadnij.

5.(3 pkt) Niech V będzie przestrzenią wektorową nad ciałem \mathbb{K} . Udowodnić, że dla $a \in \mathbb{K}$ i $v \in V$ $(-a) \cdot v = -(a \cdot v)$. Proszę pisać z czego się korzysta.

AlzG N5 17.01.2003 godz.13:15. grupa A

1.(3 pkt) Znaleźć macierz odwrotną do danej:

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 4 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2.(3 pkt) Obliczyć wyznacznik:

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & x & 1 & x \\ x & 0 & 1 & x & 1 \\ 1 & x & 0 & 1 & x \\ x & 1 & x & 0 & 1 \\ 1 & x & 1 & x & 0 \end{vmatrix}$$

3.(4 pkt) Rozwiązać układ równań w zależności do parametrów a, b

$$x - y + 2z = 1$$

$$x + by + az = b$$

$$-3x + (2 - b)y - 6z = a - b - 2$$

4.(3 pkt) Niech V będzie przestrzenią wektorową nad ciałem \mathbb{K} . Korzystając jedynie z definicji przestrzeni wektorowej, grupy, ciała i implikacji $x + x = x \Rightarrow x = e$ (e - element neutralny grupy) udowodnić: $a \cdot v = 0 \Rightarrow (a = 0) \vee (v = 0)$ gdzie $a \in \mathbb{K}, v \in V$.

5.(3 pkt) Niech V będzie przestrzenią wektorową, $A \subset V$. Dowieźć, że:
 $A \subset \mathcal{L}(A)$.

AlzG N5 17.01.2003 godz.13:15. grupa B

1.(3 pkt) Znaleźć macierz odwrotną do danej:

$$\begin{bmatrix} 0 & 3 & 0 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & -2 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & -3 & 3 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

2.(3 pkt) Obliczyć wyznacznik:

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & x & 0 & x \\ x & 1 & 0 & x & 0 \\ 0 & x & 1 & 0 & x \\ x & 0 & x & 1 & 0 \\ 0 & x & 0 & x & 1 \end{vmatrix}$$

3.(4 pkt) Rozwiązać układ równań w zależności do parametrów a, b

$$x - y + 2z = 1$$

$$x + by - 2z = b + a$$

$$x + (b - 2)y + az = b$$

4.(3 pkt) Niech V będzie przestrzenią wektorową nad ciałem \mathbb{K} . Korzystając jedynie z definicji przestrzeni wektorowej, grupy, ciała i implikacji $x + x = x \Rightarrow x = e$ (e - element neutralny grupy) udowodnić: $(a = 0) \vee (v = 0) \Rightarrow a \cdot v = 0$ gdzie $a \in \mathbb{K}, v \in V$.

5. Niech V będzie przestrzenią wektorową, $A \subset V$, W - podprzestrzeń V . Dowieźć, że:
 $A \subset W \Rightarrow \mathcal{L}(A) \subset W$,