

1. Wykazać, że domknięty podzbiór przestrzeni zupełnej jest przestrzenią zupełną.

2. Niech  $A = \{(x, x \cdot \sin \frac{1}{x}) : x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}\}$  Czy zbiór a)  $A$ , b)  $A \cup \{(0, 0)\}$  jest przestrzenią spójną, zwartą? Odpowiedź uzasadnić.

3. Dla  $\pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 3 & 6 & 5 & 1 & 4 & 9 & 7 & 8 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 9 & 4 & 1 & 6 & 3 & 8 & 7 & 2 & 5 \end{pmatrix}$  znaleźć  $\text{sgn}\pi$ ,  $\pi^{-1}$ ,  $\pi^{99}$ ,  $\pi \circ \sigma$ . Czy zbiór permutacji parzystych i działanie składania permutacji stanowi podgrupę grupy wszystkich permutacji? Odpowiedź uzasadnić.

4. Dla jakich wartości parametru  $a$  układ równań jest sprzeczny, oznaczony, nieoznaczony. W przypadku nieoznaczonym podać rozwiązanie.

$$\begin{cases} x + y + (a + 2)z = 3 \\ x + 2y - z = 3 \\ -2x + (a - 2)y = a - 5 \end{cases}$$

5. Wyznaczyć  $\det A$  oraz  $A^{-1}$  dla  $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & -3 & -1 \\ -2 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$ .

1. Wykazać, że domknięty podzbiór przestrzeni zwartej jest przestrzenią zwartą.

2. Niech

$$A_k = \begin{cases} \text{odcinek domknięty o końcach } (0, \frac{1}{k}), (\frac{1}{k+1}, 0) & \text{dla } k \text{ nieparzystych, } k > 0 \\ \text{odcinek domknięty o końcach } (\frac{1}{k}, 0), (0, \frac{1}{k+1}) & \text{dla } k \text{ parzystych, } k > 0 \\ \text{odcinek domknięty o końcach } (0, \frac{1}{k}), (\frac{1}{k-1}, 0) & \text{dla } k \text{ nieparzystych, } k < 0 \\ \text{odcinek domknięty o końcach } (\frac{1}{k}, 0), (0, \frac{1}{k-1}) & \text{dla } k \text{ parzystych, } k < 0 \end{cases}$$

Niech  $A = \bigcup_{k \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}} A_k$ . Czy zbiór a)  $A$ , b)  $A \cup \{(0, 0)\}$  jest przestrzenią spójną, zwartą? Odpowiedź uzasadnić.

3. Dla  $\pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 9 & 5 & 1 & 6 & 3 & 8 & 7 & 2 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 5 & 6 & 3 & 1 & 4 & 9 & 7 & 8 & 2 \end{pmatrix}$  znaleźć  $\text{sgn}\pi$ ,  $\pi^{-1}$ ,  $\pi^{99}$ ,  $\pi \circ \sigma$ . Czy zbiór permutacji nieparzystych i działanie składania permutacji stanowi podgrupę grupy wszystkich permutacji? Odpowiedź uzasadnić.

4. Dla jakich wartości parametru  $a$  układ równań jest sprzeczny, oznaczony, nieoznaczony. W przypadku nieoznaczonym podać rozwiązanie.

$$\begin{cases} x + y + (a + 4)z = 3 \\ x + 2y - z = 3 \\ -2x + ay = a - 3 \end{cases}$$

5. Wyznaczyć  $\det A$  oraz  $A^{-1}$  dla  $A = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 3 & 4 \\ 3 & -1 & 2 & 3 \\ -2 & 2 & -1 & -2 \\ 3 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ .