ALzG K2 R5 11.01.2006

1. Rozwiązać układ równań w zależności od parametru a. $\begin{cases} x + 3y - 2z = a \\ x + 2y + (a-2)z = 1 + a \\ -x + ay - 2z = 1 - a \end{cases}$

2.Dla permutacji $\pi = \binom{123456789}{497256831}$ i $\sigma = \binom{123456789}{168429573}$. Znaleźć $\pi \circ \sigma$, π^{98}, π^{-1}, znak π i σ oraz rozkład π na rozłączne cykle.

3. Znaleźć macierz odwrotną do macierzy: $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$.

4. Niech A_k oznacza odcinek o końcach $(-1,0)$ i $(0,\frac{1}{k})$, a B_k odcinek o końcach $(1,0)$ i $(0,\frac{1}{k})$. Czy zbiór $X = \bigcup_{i=1}^{\infty}(A_{2i} \cup B_{2i+1})$ jest a) zwarty, b) domknięty c) spójny - jeśli nie to podać zbiory rozgraniczające.

5. Niech d będzie metryką euklidesową określoną na $\mathbb{R}^2$ i niech $\rho(x,y) = \begin{cases} e^{d(x,y)} & \text{dla } x \neq y \\ 0 & \text{dla } x = y \end{cases}$.
Wykazać, że $(\mathbb{R}^2, \rho)$ jest przestrzenią zupełną.

6. W zbiorze licz rzeczywistych definiujemy działania $x \oplus y := x+y+1$ i $x \odot y := x+y+xy$. Wykazać, że $(\mathbb{R}, \oplus, \odot)$ jest ciałem.

ALzG K2 R5 11.01.2006

1. Rozwiązać układ równań w zależności od parametru a. $\begin{cases} x + 3y - 2z = a \\ x + 2y + (a-2)z = 1 + a \\ -z + ay - 2z = 1 - a \end{cases}$

2.Dla permutacji $\pi = \binom{123456789}{497256831}$ i $\sigma = \binom{123456789}{168429573}$. Znaleźć $\pi \circ \sigma$, π^{98}, π^{-1}, znak π i σ oraz rozkład π na rozłączne cykle.

3. Znaleźć macierz odwrotną do macierzy: $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$.

4. Niech A_k oznacza odcinek o końcach $(-1,0)$ i $(0,\frac{1}{k})$, a B_k odcinek o końcach $(1,0)$ i $(0,\frac{1}{k})$. Czy zbiór $X = \bigcup_{i=1}^{\infty}(A_{2i} \cup B_{2i+1})$ jest a) zwarty, b) domknięty c) spójny - jeśli nie to podać zbiory rozgraniczające.

5. Niech d będzie metryką euklidesową określoną na $\mathbb{R}^2$ i niech $\rho(x,y) = \begin{cases} e^{d(x,y)} & \text{dla } x \neq y \\ 0 & \text{dla } x = y \end{cases}$.
Wykazać, że $(\mathbb{R}^2, \rho)$ jest przestrzenią zupełną.

6. W zbiorze licz rzeczywistych definiujemy działania $x \oplus y := a+y+1$ i $x \odot y := x+y+xy$. Wykazać, że $(\mathbb{R}, \oplus, \odot)$ jest ciałem.