1. Wyznaczyć odległość między prostymi $k: \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{-3}$ i $l: \frac{x+3}{0} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{1}$

2. Niech $\mathcal{B}$ będzie bazą przestrzeni V nad $\mathbb{R}$, $U = \mathcal{L}(\mathcal{U})$, $W = \mathcal{L}(\mathcal{W})$. W układzie $\mathcal{U} \cup \mathcal{W}$ znaleźć bazę podprzestrzeni $\mathcal{L}(\mathcal{U} \cup \mathcal{W})$. Znaleźć układy $\mathcal{A}_0, \mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2$ takie, że $\mathcal{A}_0$ jest bazą $U \cap W$, $\mathcal{A}_0|\mathcal{A}_1$ bazą U.

$$M_{\mathcal{B}}(\mathcal{U}) = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 3 & -4 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \\ 0 & -1 & 4 \end{pmatrix}, \quad M_{\mathcal{B}}(\mathcal{W}) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 4 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & -1 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

3. Niech $A = \{z \in \mathbb{C} : z = -i \cdot \bar{z}\}$, $B = \{z \in \mathbb{C} : \mathrm{Re}(z \cdot (2+i)) = 0\}$. Wykazać, że A jest podprzestrzenią liniową $\mathbb{C}$ nad $\mathbb{R}$.

Czy $\mathbb{C} = A \oplus B$? Jeśli tak, to znaleźć rozkład wektora $5 - 3i$ względem tej sumy.

4. Dane jest przekształcenie $F : \mathbb{R}_3[x] \to \mathbb{R}_2[x]$ wzorem $F(w(x)) = 2w'(x) - (x^2+1)w''(1) - (w(0) + w(0))(3x+2)$. Czy F jest przekształceniem liniowym ? Jeśli tak to znaleźć macierz przekształcenia F w bazach kanonicznych.

5. Czy w przestrzeni wszystkich ciągów o wyrazach rzeczywistych wektory:
$(1,1,1,1,\ldots), (1,-1,1,-1,\ldots), (1,1,-1,-1,1,1,-1,-1\ldots)$ tworzą układ liniowo niezależny. Odpowiedz uzasadnić.

1. Wyznaczyć odległość między prostymi $k: \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{-3}$ i $l: \frac{x+3}{0} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{1}$

2. Niech $\mathcal{B}$ będzie bazą przestrzeni V nad $\mathbb{R}$, $U = \mathcal{L}(\mathcal{U})$, $W = \mathcal{L}(\mathcal{W})$. W układzie $\mathcal{U} \cup \mathcal{W}$ znaleźć bazę podprzestrzeni $\mathcal{L}(\mathcal{U} \cup \mathcal{W})$. Znaleźć układy $\mathcal{A}_0, \mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2$ takie, że $\mathcal{A}_0$ jest bazą $U \cap W$, $\mathcal{A}_0|\mathcal{A}_1$ bazą U.

$$M_{\mathcal{B}}(\mathcal{U}) = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 3 & -4 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \\ 0 & -1 & 4 \end{pmatrix}, \quad M_{\mathcal{B}}(\mathcal{W}) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 4 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & -1 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

3. Niech $A = \{z \in \mathbb{C} : z = -i \cdot \bar{z}\}$, $B = \{z \in \mathbb{C} : \mathrm{Re}(z \cdot (2+i)) = 0\}$. Wykazać, że A jest podprzestrzenią liniową $\mathbb{C}$ nad $\mathbb{R}$.

Czy $\mathbb{C} = A \oplus B$? Jeśli tak, to znaleźć rozkład wektora $5 - 3i$ względem tej sumy.

4. Dane jest przekształcenie $F : \mathbb{R}_3[x] \to \mathbb{R}_2[x]$ wzorem $F(w(x)) = 2w'(x) - (x^2+1)w''(1) - (w(0) + w(0))(3x+2)$. Czy F jest przekształceniem liniowym ? Jeśli tak to znaleźć macierz przekształcenia F w bazach kanonicznych.

5. Czy w przestrzeni wszystkich ciągów o wyrazach rzeczywistych wektory:
$(1,1,1,1,\ldots), (1,-1,1,-1,\ldots), (1,1,-1,-1,1,1,-1,-1\ldots)$ tworzą układ liniowo niezależny. Odpowiedz uzasadnić.