

1. Niech $U = \mathcal{L}(v_1, v_2, v_3)$, $W = \mathcal{L}(v_4)$, $\mathcal{B} = (v_1, v_2, v_3, v_4)$, \mathcal{C} będzie bazą kanoniczną, P będzie rzutem na U wzdłuż W . Znaleźć macierz P w bazie kanonicznej. Znaleźć Pv w bazie kanonicznej. Czy U jest podprzestrzenią niezmienniczą przekształcenia F ? Odpowiedz uzasadnij.

$$M_{\mathcal{C}}(\mathcal{B}) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}, \quad M_{\mathcal{C}}^{\mathcal{C}}(F) = \begin{bmatrix} 6 & 6 & -1 & -1 \\ 3 & -1 & -3 & -2 \\ 7 & 9 & 0 & 0 \\ 10 & 3 & -6 & -5 \end{bmatrix}, \quad M_{\mathcal{C}}(v) = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ 3 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

2. Znajdź macierz N i macierz diagonalną C takie, że $A = N^{-1}CN$. Znaleźć $w(A)$, gdzie $w(x) = x^5 - x^4 - 5x^3 - 15x^2 - 8x + 5$

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 3 & 3 & -3 \\ -3 & 2 & 3 & -3 \\ -6 & 3 & 5 & -3 \\ -3 & 0 & 3 & -1 \end{bmatrix}.$$

3. Niech $P : V \rightarrow V$ będzie rzutem na podprzestrzeń U wzdłuż podprzestrzeni W . Jakie wartości własne ma operator P . Co można powiedzieć o krotności wartości własnych w zależności od wymiarów U i W .

4. Niech $F : V \rightarrow V$ będzie przekształceniem liniowym takim, że $F^2 = 0$. Pokazać, że $\text{Id}_V - F$ jest przekształceniem odwracalnym.