ALzG K4 T4 04.06.2008

1. Znaleźć macierz przekształcenia $F : \mathbb{R}_2[x] \to \mathbb{R}_2[x]$ takiego, że
$F(w(x)) = x^2 w'(x) + (2 - 2x)w(x)$, w bazie $\mathcal{B} = (x^2, x, 1)$. Korzystając z macierzy zmiany bazy wyznaczyć $M_{\mathcal{A}}^{\mathcal{A}}(F)$, gdzie $\mathcal{A} = (x + 2, 2x^2 + 3x - 1, x^2 - 3)$.

2. Dana jest macierz rzutu P na U wzdłuż W. Znaleźć macierz rzutu na W wzdłuż U.

$$M_{\mathcal{B}}^{\mathcal{B}}(P) = \begin{bmatrix} 6 & -2 & -6 & -1 \\ 3 & 0 & -3 & 0 \\ 5 & -2 & -5 & -1 \\ -6 & 2 & 6 & 1 \end{bmatrix}.$$

3. Znaleźć o ile to możliwe macierz diagonalną D oraz macierz C, takie że $A = C \cdot D \cdot C^{-1}$, dla macierzy $A = \begin{bmatrix} 6 & -4 & -12 & -4 \\ 12 & -2 & -12 & 0 \\ 4 & -4 & -10 & -4 \\ -16 & 8 & 24 & 6 \end{bmatrix}$.

4. Niech $\mathcal{B} = (v_1, ..v_n)$ będzie pewną nie kanoniczną bazą przestrzeni $(V, +, \cdot, \mathbb{R})$, a $f : V \to V$ przekształceniem liniowym takim że $f(v_1) = v_2, f(v_2) = v_3, \dots f(v_{n-1}) = v_n, f(v_n) = v_1$. Wyznaczyć wszystkie wektory własne przekształcenia f.

ALzG K4 T4 04.06.2008

1. Znaleźć macierz przekształcenia $F : \mathbb{R}_2[x] \to \mathbb{R}_2[x]$ takiego, że
$F(w(x)) = x^2 w'(x) + (2 - 2x)w(x)$, w bazie $\mathcal{B} = (x^2, x, 1)$. Korzystając z macierzy zmiany bazy wyznaczyć $M_{\mathcal{A}}^{\mathcal{A}}(F)$, gdzie $\mathcal{A} = (x + 2, 2x^2 + 3x - 1, x^2 - 3)$.

2. Dana jest macierz rzutu P na U wzdłuż W. Znaleźć macierz rzutu na W wzdłuż U.

$$M_{\mathcal{B}}^{\mathcal{B}}(P) = \begin{bmatrix} 6 & -2 & -6 & -1 \\ 3 & 0 & -3 & 0 \\ 5 & -2 & -5 & -1 \\ -6 & 2 & 6 & 1 \end{bmatrix}.$$

3. Znaleźć o ile to możliwe macierz diagonalną D oraz macierz C, takie że $A = C \cdot D \cdot C^{-1}$, dla macierzy $A = \begin{bmatrix} 6 & -4 & -12 & -4 \\ 12 & -2 & -12 & 0 \\ 4 & -4 & -10 & -4 \\ -16 & 8 & 24 & 6 \end{bmatrix}$.

4. Niech $\mathcal{B} = (v_1, ..v_n)$ będzie pewną nie kanoniczną bazą przestrzeni $(V, +, \cdot, \mathbb{R})$, a $f : V \to V$ przekształceniem liniowym takim że $f(v_1) = v_2, f(v_2) = v_3, \dots f(v_{n-1}) = v_n, f(v_n) = v_1$. Wyznaczyć wszystkie wektory własne przekształcenia f.

ALzG K4 T3 06.06.2008

1. Znaleźć macierz przekształcenia $G \circ F$ (w bazie kanonicznej) jeśli $G(1,2,3,-3) = F(1,-2,7,-9) = (1,0,0,0)$
$G(0,1,-2,1) = F(0,1,-2,3) = (0,1,0,0)$
$G(0,0,-1,2) = F(0,0,-1,2) = (0,0,1,0)$
$G(0,0,0,1) = F(0,0,0,1) = (0,0,0,1)$

2. Znaleźć macierz rzutu na W wzdłuż U gdzie $U = \mathcal{L}([1,1,1,-2]^T)$,
$W = \mathcal{L}([1,0,1,0]^T, [0,-3,1,0]^T, [1,0,1,-1]^T)$.

3. Znaleźć o ile to możliwe macierz diagonalną D oraz macierz C, takie że $A = C \cdot D \cdot C^{-1}$, dla macierzy $A = \begin{bmatrix} 6 & 4 & -4 & 4 \\ 16 & 6 & -8 & 8 \\ 8 & 4 & -6 & 4 \\ -16 & -8 & 8 & -10 \end{bmatrix}$.

4. Czy dla każdego przekształcenia liniowego $f : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ istnieje rzut na $\mathrm{Im} f$ wzdłuż $\mathrm{Ker} f$. Udowodnić poprawność odpowiedzi.

ALzG K4 T3 06.06.2008

1. Znaleźć macierz przekształcenia $G \circ F$ (w bazie kanonicznej) jeśli $G(1,2,3,-3) = F(1,-2,7,-9) = (1,0,0,0)$
$G(0,1,-2,1) = F(0,1,-2,3) = (0,1,0,0)$
$G(0,0,-1,2) = F(0,0,-1,2) = (0,0,1,0)$
$G(0,0,0,1) = F(0,0,0,1) = (0,0,0,1)$

2. Znaleźć macierz rzutu na W wzdłuż U gdzie $U = \mathcal{L}([1,1,1,-2]^T)$,
$W = \mathcal{L}([1,0,1,0]^T, [0,-3,1,0]^T, [1,0,1,-1]^T)$.

3. Znaleźć o ile to możliwe macierz diagonalną D oraz macierz C, takie że $A = C \cdot D \cdot C^{-1}$, dla macierzy $A = \begin{bmatrix} 6 & 4 & -4 & 4 \\ 16 & 6 & -8 & 8 \\ 8 & 4 & -6 & 4 \\ -16 & -8 & 8 & -10 \end{bmatrix}$.

4. Czy dla każdego przekształcenia liniowego $f : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ istnieje rzut na $\mathrm{Im} f$ wzdłuż $\mathrm{Ker} f$. Udowodnić poprawność odpowiedzi.