

Imię Nazwisko .....

1.	2.	3.	4.	Σ.

1. Niech  $\mathcal{A} = ((0, 1, 2), (2, 3, -1), (1, 0, -3))$  będzie bazą przestrzeni  $\mathbb{R}^3$ . Zapisać macierz przekształcenia liniowego  $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}_1[x]$  w bazach  $\mathcal{A}$  i  $\mathcal{B} = (x, 1)$ , jeśli  $F(0, 1, 2) = -x + 1$ ,  $F(2, 3, -1) = 1$ ,  $F(1, 0, -3) = -x - 1$ . Wyznaczyć  $M_{\mathcal{B}}^{\mathcal{C}}(F)$ , gdzie  $\mathcal{C}$  - baza kanoniczna  $\mathbb{R}^3$ .

2. Znaleźć wartości własne macierzy  $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -4 & 6 \\ -2 & -7 & -4 & 2 \\ 0 & 10 & 9 & -10 \\ -2 & 6 & 8 & -11 \end{bmatrix}$ .

3. Wiedząc, że wielomian charakterystyczny macierzy  $A$  to  $(x+1)^2(x+3)^2$ , znaleźć o ile to możliwe ma-

cierz diagonalną  $D$  oraz macierz  $C$ , takie że  $A = C \cdot D \cdot C^{-1}$ , dla macierzy  $A = \begin{bmatrix} -1 & 4 & 4 & 0 \\ -1 & -10 & -8 & 1 \\ 1 & 7 & 5 & -1 \\ 1 & -3 & -4 & -2 \end{bmatrix}$ .

4. Niech  $\mathcal{B} = (v_1, ..v_n)$  będzie pewną bazą przestrzeni  $(V, +, \cdot, \mathbb{R})$ , a  $f : V \rightarrow V$  przekształceniem liniowym takim że  $f(v_i) \in \mathcal{L}(v_1, .., v_i)$ . Czy  $f$  jest diagonalizowalny ?

5. Niech  $g(\mathcal{B}, \mathcal{B}) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ ,  $M_{\mathcal{B}}(\mathcal{U}) = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ .

Znaleźć postać kanoniczną  $g$  oraz bazę w której ją przyjmuje, znaleźć  $U^\perp$  jeśli  $U = \mathcal{L}(\mathcal{U})$ .