

## ALIN egzamin – część teoretyczna 06.02.2007

imię nazwisko..... grupa.....

pyt.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	T	Ć.	Z	suma	
odp																				
pkt.																				

W rubrykę "odp." należy wpisać dokładnie jedną z liter A, B, C, D lub E w przypadku, gdy żadna z podanych odpowiedzi nie jest prawidłowa. Za każdą prawidłową odpowiedź otrzymuje się 2 pkt., za nieprawidłową lub jej brak 0 pkt. Powodzenia :)

1. Zbiorem rozwiązań równania  $|z - 1|^2 + |z + 1|^2 = 4$  jest **A.** punkt. **B.** prosta. **C.** okrąg. **D.** elipsa.

2. Najmniejsze  $n \in N \cup \{0\}$  dla którego  $(\sqrt{6} + i\sqrt{2})^n = ai$ , gdzie  $(-a) \in N$  to **A.** nie istnieje takie n **B.** 3 **C.** 6 **D.** 12

3. Ułamkiem prostym nad  $\mathcal{Q}$  jest: **A.**  $\frac{x}{x+1}$  **B.**  $\frac{x^2-1}{x^2+1}$  **C.**  $\frac{x}{x^2-2}$  **D.**  $\frac{\sqrt{2}}{x+1}$

4. Najmniejszy stopień wielomianu  $w \in R[x]$  dla którego  $w(i) = 2$  oraz  $w(0) = w(2i) = w(i+1) = 0$  to:

**A.** 3 **B.** 4 **C.** 5 **D.** 6

5. Wektory  $u, v, w$  są liniowo niezależne. Niech  $A = \text{Lin}\{u + v, u + 2v - w, w - v\}$  a  $B = \text{Lin}\{u + w, w\}$ . Wymiar  $A \cap B$  to:

**A.** 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

6. Wektory  $\vec{u} = [1, 0, 1]$ ,  $\vec{v} = [0, -1, 1]$ ,  $\vec{w} = [0, 0, 1]$ : **A.** są liniowo niezależne, więc tworzą bazę dowolnej przestrzeni trójwymiarowej **B.** Uzupełnione o czwarty wektor liniowo niezależny tworzą bazę  $R^4$  **C.** Układ  $\{\vec{u}, \vec{v}\}$  jest bazą  $R^2$  **D.** układ  $\{u + v, w - v, u + w\}$  jest bazą  $R^3$ .

$V = \{w \in R_2[x] : w'(1) = 1\}$ ,  $W = \{w \in R_3[x] : w(2) = 0\}$ ,  $U = \{w \in R_2[x] : w''(-1) = 0\}$

7. Przestrzenią wektorową:

**A.** jest W i V **B.** jest V ale nie jest U **C.** jest W i U **D.** jest V.

8. **A.**  $W \cap U \subseteq V$  **B.**  $U \cap V = V$  **C.**  $W \cup U = W$  **D.**  $W \cap U = \{0\}$

9. Czy układ pięciu równań liniowych z czterema niewiadomymi może nie mieć żadnego rozwiązania? Czy może mieć dokładnie jedno rozwiązanie?

**A.** tak tak **B.** nie tak **C.** tak nie **D.** nie nie.

Mamy dane  $A = \begin{pmatrix} t & 1 & -1 \\ 1 & t & 1 \\ -1 & 1 & t \end{pmatrix}$

10. **A.** dla pewnego  $t$   $r(A) = 0$  **B.**  $r(A) = 3$  niezależnie od parametru  $t$  **C.**  $r(A) = 2$  dla  $t = -1$  **D.**  $t = 1$  i  $t = -2$  rzędy macierzy są równe.

11. Układ  $AX = B$  gdzie  $B = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$  **A.** dla każdego  $t$  ma dokładnie jedno rozwiązanie

**B.** dla  $t = -1$  posiada rozwiązanie zależne od dwóch parametrów **C.** dla  $t = 2$  posiada rozwiązanie zależne od jednego parametru **D.** dla  $t = -1$  jest sprzeczny.

12. Rzut prostokątny punktu  $P = (1,1,1)$  na prostą  $l: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = 3 + t \end{cases} t \in R$  to

**A.**  $\left(\frac{2}{3}, \frac{7}{3}, \frac{8}{3}\right)$  **B.**  $\left(-\frac{2}{3}, -\frac{7}{3}, -\frac{8}{3}\right)$  **C.**  $(1, -1, 1)$  **D.**  $(2, 7, 8)$

13. Dana jest macierz  $M = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ -3 & 0 & 4 \\ -2 & -2 & 5 \end{pmatrix}$  **A.** postać kanoniczna Jordana tej

macierzy składa się z dwóch klatek **B.**  $-2$  jest wartością własną macierzy  $M$  **C.**

Wielomian charakterystyczny  $M$  to  $\det(A - \lambda E) = (\lambda - 1)^2(\lambda - 3)$  **D.**  $\dim N_2^{(1)} = 2$ .

14. Niech  $\langle \vec{u}, \vec{v} \rangle = \begin{bmatrix} u_1 & u_2 & u_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix}$  a wektory  $\vec{u} = (2, 0, -6)$  i

$\vec{u} = (t, t, -t - 4)$  **A.**  $\langle \vec{u}, \vec{v} \rangle$  nie jest iloczynem skalarnym **B.**  $\vec{u}$  i  $\vec{v}$  są ortogonalne dla  $t = 6$  **C.** dla  $t = -1$   $\vec{u}$  i  $\vec{v}$  są kolinearne **D.**  $\vec{u}$  i  $\vec{v}$  są liniowo zależne dla pewnego  $t$ .

15. Czy osoba siedząca obok ma takie same pytania: **A.** nie wiem, bo patrzę tylko w swoją pracę **B.** nie, sprawdziłem(a)m, że ma inną grupę **C.** tak, i bardzo się z tego cieszę. **D.** nie wiem, bo siedzi za daleko.