

ELiTM Informatyka 27.11.2002 16:15 grupa A

1. (3p) Udowodnić równość

$$(A \cap B) \setminus [(B \cap C) \setminus (C \cap D)] = A \cap B \cap ((-C) \cup D)$$

2. (4p) Podane zdania zapisać jako formuły rachunku zdań. Oprócz symboli logicznych, kwantyfikatorów, zmiennych, nawiasów można używać symboli podanych w nawiasach. Nie można używać oznaczenia $\exists!$.

a) Każdą liczbę naturalną można przedstawić w jednoznaczny sposób jako sumę wielokrotności liczby 3 i potęgi liczby 2. ($\cdot, +, =, 1, 2, 3, \text{potęgowanie}$)

b) Nie istnieje najmniejsza dodatnia liczba rzeczywista. ($=, <, 0$)

3. (3p) Zbadać własności relacji $R \subset \mathbb{R} \times \mathbb{R} \ xRy \Leftrightarrow 2x < y$.

4. (4p) Znaleźć $\bigcup_b \bigcap_a A_{a,b}, \bigcap_b \bigcup_a A_{a,b}, a, b > 0$

$$\text{gdzie } A_{a,b} = \{(x, y) \in (0, \infty) \times \mathbb{R} : y < ax(x - b)\}$$

5. (4p) Czy funkcja $f : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \ f(n, k) = 3k + 5n$ jest różnowartościowa? Podać zbiór wartości funkcji, $f(A)$ i $f^{-1}(f(A))$ dla $A = \{(n, k) : \exists m \in \mathbb{N} \ k + n = 2m + 1\}$. (Uwaga: $0 \in \mathbb{N}$).

ELiTM Informatyka 27.11.2002 16:15 grupa B

1. (3p) Udowodnić równość

$$(A \setminus B) \setminus [C \cap (A \setminus D)] = [A \cap ((-C) \cup D)] \setminus B$$

2. (4p) Podane zdania zapisać jako formuły rachunku zdań. Oprócz symboli logicznych, kwantyfikatorów, zmiennych, nawiasów można używać symboli podanych w nawiasach. Nie można używać oznaczenia $\exists!$.

a) Dla każdej liczby naturalnej n . Między n a $2n$ istnieje dokładnie jedna liczba pierwsza. ($\cdot, +, =, 1, 2$)

b) Nie istnieje największa ujemna liczba rzeczywista. ($=, <, 0$)

3. (3p) Zbadać własności relacji $R \subset \mathbb{R} \times \mathbb{R} \ xRy \Leftrightarrow x < 2y$.

4. (4p) Znaleźć $\bigcup_b \bigcap_a A_{a,b}, \bigcap_b \bigcup_a A_{a,b}, a < 0, b > 0$

$$\text{gdzie } A_{a,b} = \{(x, y) \in (0, \infty) \times \mathbb{R} : y < ax(x - b)\}$$

5. (4p) Czy funkcja $f : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \ f(n, k) = 3k + 2^n$ jest różnowartościowa? Podać zbiór wartości funkcji, $f(A)$ i $f^{-1}(f(A))$ dla $A = \{(n, k) : k \cdot n = 4\}$. (Uwaga: $0 \in \mathbb{N}$).