ELiTM N4 18.11.2002 12:15 grupa A

1. (3p) Daną formułę przedstawić w postaci $(\beta_{1,1} \wedge .. \wedge \beta_{1,n_1}) \vee .. \vee (\beta_{k,1} \wedge .. \wedge \beta_{k,n_k})$ gdzie $\beta_{i,j}$ jest zmienną lub jej zaprzeczeniem. Czy podana formuła jest tautologią?

   $[(p \Leftrightarrow q) \wedge r] \Rightarrow [p \vee (q \Leftrightarrow r)]$

2. (4p) Podane zdania zapisać jako formuły rachunku zdań. Oprócz symboli logicznych można używac symboli podanych w nawiasach.

   a) Liczba x_0 jest największym pierwiastkiem funkcji $f(x)$. $(=, \leqslant, 0)$

   b) Dla dowolnych trzech liczb istnieje taka liczba, która jest wielokrotnością jednej z tych trzech i wspólnym podzielnikiem dwóch pozostalych $(\leqslant, \cdot, =)$

3. (2p) Sprawdzić (i udowodnić) czy zachodzi równość

   $(A \setminus B) \cup C = [(A \cup C) \setminus B] \cup (B \cap C)$

4. (3p) Zbadać własności relacji $R \subset (N \setminus \{0\}) \times (N \setminus \{0\})$ $xRy \Leftrightarrow 2x|y$

5. (4p) Znaleźć $\bigcup_a \bigcap_b A_{a,b}, \bigcup_b \bigcap_a A_{a,b} \bigcap_a \bigcup_b A_{a,b} \bigcup_b \bigcup_a A_{a,b}, a \in R, b > 0$

   gdzie $A_{a,b} = \{(x,y) \in R \times (0,\infty) : y < ax + 1 \wedge y > x^2 + b\}$

ELiTM N4 18.11.2002 12:15 grupa B

1. (3p) Daną formułę przedstawić w postaci $(\beta_{1,1} \wedge .. \wedge \beta_{1,n_1}) \vee .. \vee (\beta_{k,1} \wedge .. \wedge \beta_{k,n_k})$ gdzie $\beta_{i,j}$ jest zmienną lub jej zaprzeczeniem. Czy podana formuła jest tautologią?

   $[(p \Leftrightarrow q) \vee r] \Rightarrow [(p \wedge q) \Leftrightarrow r)]$

2. (4p) Podane zdania zapisać jako formuły rachunku zdań. Oprócz symboli logicznych można używac symboli podanych w nawiasach.

   a) Liczba x_0 jest najmniejszym pierwiastkiem funkcji $f(x)$. $(=, \leqslant, 0)$

   b) Dla dowolnych trzech liczb istnieje taka liczba, która jest dzielnikiem jednej z tych trzech i wspólną wielokrotnością dwóch pozostalych. $(\leqslant, \cdot, =)$

3. (2p) Sprawdzić (i udowodnić) czy zachodzi równość

   $A \cap (B \setminus C) = [(A \cup B) \setminus C] \cup (A \cap C)$

4. (3p) Zbadać własności relacji $R \subset (N \setminus \{0\}) \times (N \setminus \{0\})$ $xRy \Leftrightarrow x|2y$

5. (4p) Znaleźć $\bigcup_a \bigcap_b A_{a,b}, \bigcup_b \bigcap_a A_{a,b} \bigcap_a \bigcup_b A_{a,b} \bigcap_b \bigcap_a A_{a,b},\ a, b > 0$

   gdzie $A_{a,b} = \{(x,y) \in R \times (0,\infty) : y < x + a \wedge y > bx^2\}$