

1.(1pkt) Podać wartość logiczną zdania. Zmienne oznaczają liczby rzeczywiste. Odpowiedź uzasadnić.

$$\forall x(\exists y x \cdot y > x \Rightarrow \forall z z \neq 1 \Rightarrow z \cdot x \neq x)$$

2. (4pkt) Podane zdania zapisać jako formuły rachunku zdań. Można używać symboli:  $\sim$ ,  $\wedge$ ,  $\vee$ ,  $\Rightarrow$ ,  $\Leftrightarrow$ ,  $\exists$ ,  $\forall$ , zmiennych, nawiasów oraz symboli podanych w nawiasach:

a) zmienne oznaczają liczby naturalne:

Istnieje najmniejsza liczba parzysta naturalna (+, =).

b) zmienne oznaczają liczby rzeczywiste:

Jeśli układ dwóch równań ma dwa rozwiązania to współczynniki równań są proporcjonalne odpowiednio. (+, =,  $\cdot$ ).

3. (3pkt) Udowodnić podaną równość jeśli jest prawdziwa. W przeciwnym wypadku znaleźć kontrprzykład.

$$(A \cup D) \setminus [(A \cup B) \setminus (C \cap D)] = [(D \setminus A) \setminus B] \cup (D \cap C)$$

4. (3pkt) Niech  $A, B \subset X \neq \emptyset$ ,  $\mathcal{P}(A) = \{D : D \subset A, D \neq \emptyset\}$ . Która z inkluzji jest prawdziwa? Prawdziwą udowodnić, dla fałszywej znaleźć kontrprzykład.

$$[\mathcal{P}(A \cap B)]' \subset \mathcal{P}(A' \cup B')$$

$$[\mathcal{P}(A \cap B)]' \supset \mathcal{P}(A' \cup B')$$

5. (3pkt) Niech  $R \subset \mathcal{P}(\mathbb{N}) \times \mathcal{P}(\mathbb{N})$  będzie relacją zdefiniowaną w następujący sposób:  $ARB \Leftrightarrow A \setminus B$  jest zbiorem skończonym. Zbadać własności tej relacji. (Uzasadnić)

6. (3pkt) Niech  $R_1, R_2$  będą niepustymi relacjami symetrycznymi w zbiorze  $X$ . Czy  $R_1 \setminus R_2$  jest relacją symetryczną? (Dowód lub kontrprzykład)

1. (1pkt) Podać wartość logiczną zdania. Zmienne oznaczają liczby rzeczywiste. Odpowiedź uzasadnić.

$$\forall x \forall y x > y \cdot x \wedge y > y \cdot x \Rightarrow \exists z z^2 < x \cdot y$$

2. (4pkt) Podane zdania zapisać jako formuły rachunku zdań. Można używać symboli:  $\sim$ ,  $\wedge$ ,  $\vee$ ,  $\Rightarrow$ ,  $\Leftrightarrow$ ,  $\exists$ ,  $\forall$ , zmiennych, nawiasów oraz symboli podanych w nawiasach:

a) zmienne oznaczają liczby naturalne:

Nie istnieje największa liczba nieparzysta naturalna  $(+, =, 1)$ .

b) zmienne oznaczają liczby rzeczywiste:

Jeśli układ dwóch równań ma jednoznaczne rozwiązanie to współczynniki równań nie są proporcjonalne odpowiednio.  $(+, =, \cdot)$ .

3. (3pkt) Udowodnić podaną równość jeśli jest prawdziwa. W przeciwnym wypadku znaleźć kontrprzykład.

$$(A \cap B) \setminus [(A \setminus D) \cup (C \setminus D)] = A \cap B \cap D$$

4. (3pkt) Niech  $A, B \subset X \neq \emptyset$ ,  $\mathcal{P}(A) = \{D : D \subset A, D \neq \emptyset\}$ . Która z inkluzji jest prawdziwa? Prawdziwą udowodnić, dla fałszywej znaleźć kontrprzykład.

$$[\mathcal{P}(A \cup B)]' \subset \mathcal{P}(A' \cap B')$$

$$[\mathcal{P}(A \cup B)]' \supset \mathcal{P}(A' \cap B')$$

5. (3pkt) Niech  $R \subset \mathcal{P}(\mathbb{N}) \times \mathcal{P}(\mathbb{N})$  będzie relacją zdefiniowaną w następujący sposób:  $ARB \Leftrightarrow A \cup B$  jest zbiorem nieskończonym. Zbadać własności tej relacji. (Uzasadnić)

6. (3pkt) Niech  $R$  będzie niepustą relacją symetryczną w zbiorze  $X$ . Czy  $R \circ R$  jest relacją symetryczną? (Dowód lub kontrprzykład)