Imię Nazwisko . . . . A ... rz... kol...

1.	2.	3.	4.	5.	$\sum$

1.[4p] Przy pomocy wyłącznie symboli logicznych, kwantyfikatorów (tylko nieograniczonych), zmiennych oznaczających a) liczby naturalne, b) liczby rzeczywiste oraz znaków podanych w nawiasach zapisać wyrażenie:

a) *3 jest największym nieparzystym podzielnikiem liczby x* $(\cdot, +, =, \leq, 1, 3)$

b) *nie istnieje wielomian stopnia co najwyżej pierwszego o dokładnie dwóch miejscach zerowych* $(\cdot, +, =, \leq, 0)$

2.[2p] Podać $\bigcap_{i\in\mathbb{N}_+}[\frac{(-1)^i}{2i}, 2-\frac{(-1)^i}{i}] =$

$\bigcup_{i\in\mathbb{N}_+}[\frac{(-1)^i}{2i}, 2-\frac{(-1)^i}{i}] =$

3.[2p] Niech A, B będą zbiorami co najmniej 3 elementowymi, takimi że $A \neq B$, $A \notin B$, $B \notin A$. Dla jakich zbiorów X zachodzi:

a) $\{\{A\},\{X\}\} \in \{\{\{A\}\},\{\{A\},\{\{A,B\}\}\},\{A,\{A\}\},A,\{A\},\{A,\{B\}\},\{A,B\}\}$,

b) $\{\{A\},\{X\}\} \subseteq \{\{\{A\}\},\{\{A\},\{\{A,B\}\}\},\{A,\{A\}\},A,\{A\},\{A,\{B\}\},\{A,B\}\}$,

4.[3p] Niech A będzie najmniejszym zbiorem takim, że $0,1 \in A$ oraz $\forall_{x,y\in A}\frac{x+y}{2} \in A$. Udowodnić, że $A = \{\frac{n}{2^i} : n \leq 2^i, n, i \in \mathbb{N}\}$

5.[4p] Dla jakich wartościowań podana formuła jest prawdziwa (uzasadnić)? Zapisać formułę w najprostszej postaci $(x_1 \wedge x_2 \wedge x_3) \vee (..) \vee ... \vee (...))$ gdzie x_i są zmiennymi lub ich zaprzeczeniami
$[(p \Rightarrow q) \Rightarrow r] \wedge [(r \Rightarrow p) \Rightarrow q]$

Imię Nazwisko . . . . A ... rz... kol...

1.	2.	3.	4.	5.	$\sum$

1.[4p] Przy pomocy wyłącznie symboli logicznych, kwantyfikatorów (tylko nieograniczonych), zmiennych oznaczających a) liczby naturalne, b) liczby rzeczywiste oraz znaków podanych w nawiasach zapisać wyrażenie:

a) *liczba x nie dzieli się przez kwadraty*$(\cdot, +, =, 1, 3)$

b) *nie istnieje wielomian stopnia drugiego o trzech miejscach zerowych*

$(\cdot, +, =, \leq, 0)$

2.[2p] Podać $\bigcap_{i\in\mathbb{N}_+}[\frac{(-1)^i}{i}, 2-\frac{(-1)^i}{2i}] =$

$\bigcup_{i\in\mathbb{N}_+}[\frac{(-1)^i}{i}, 2-\frac{(-1)^i}{2i}] =$

3.[2p] Niech A, B będą zbiorami co najmniej 3 elementowymi, takimi że $A \notin B$, $B \notin A$. Dla jakich zbiorów X zachodzi:

a) $\{\{A\},\{X\}\} \in \{\{\{A\}\},\{\{A\},B\},\{A,\{A\}\},A,\{A\},\{A,\{B\}\},\{\{A\},\{B\}\}\}$,

b) $\{\{A\},\{X\}\} \subseteq \{\{\{A\}\},\{\{A\},B\},\{A,\{A\}\},A,\{A\},\{A,\{B\}\},\{\{A\},\{B\}\}\}$,

4.[3p] Niech A będzie najmniejszym zbiorem takim, że $1, 2 \in A$ oraz $\forall_{x,y\in A}\sqrt{x\cdot y} \in A$. Udowodnić, że $A = \{\sqrt[2^i]{2^n} : n \leq 2^i, n, i \in \mathbb{N}\}$

5.[4p] Dla jakich wartościowań podana formuła jest prawdziwa (uzasadnić)? Zapisać formułę w najprostszej postaci $(x_1 \wedge x_2 \wedge x_3) \vee (..) \vee ... \vee (...))$ gdzie x_i są zmiennymi lub ich zaprzeczeniami $[(r \Rightarrow q) \Rightarrow p] \wedge [(p \Rightarrow r) \Rightarrow q]$