Imię Nazwisko . . . . D ... rz... kol...

1.	2.	3.	4.	5.	$\sum$

1.[4p] Przy pomocy wyłącznie symboli logicznych, kwantyfikatorów (tylko nieograniczonych), zmiennych oznaczających a) liczby naturalne, b) liczby rzeczywiste oraz znaków podanych w nawiasach zapisać wyrażenie:

a) *wszystkie wspólne podzielniki liczb a i b są nieparzyste* $(\cdot, +, =, \leq, 1)$

b) *Jeśli funkcja liniowa nie ma miejsc zerowych to jest funkcją stałą*
$(\cdot, +, =, \leq, 0)$

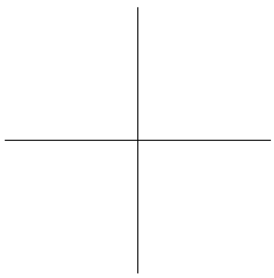
2.[2p] Niech A, B będą zbiorami co najmniej 3 elementowymi, takimi że $A \neq B$, $A \notin B$, $B \notin A$. Dla jakich zbiorów X zachodzi:

a) $\{A, X\} \in \{\{\{A\}, \{A, B\}\},\ \{A, \{A\}\},\ A,\ \{A\},\ \{\{A\}, \{B\}\},\ \{A, B\}\}$,

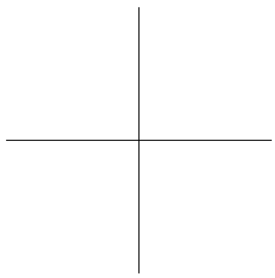
b) $\{A, \{X\}\} \subseteq \{\{\{A\}, \{A, B\}\},\ \{A, \{A\}\},\ A,\ \{A\},\ \{\{A\}, \{B\}\},\ \{A, B\}\}$,

3.[3p] Wyznaczyć:

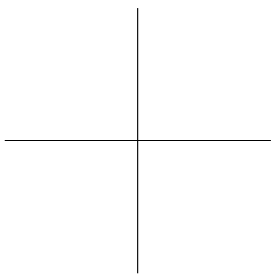
$\bigcup_{a\in\mathbb{R}_+}[a, \infty) \times (-\infty, a^2]$



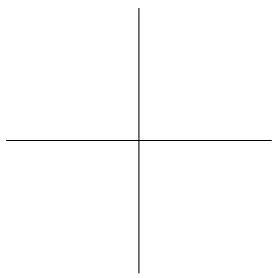
$\bigcup_{a\in\mathbb{R}}[a, \infty) \times (-\infty, a^2]$



$\bigcap_{a\in\mathbb{R}_-}[a, \infty) \times (-\infty, a^2]$



$\bigcap_{a\in\mathbb{R}}[a, \infty) \times (-\infty, a^2]$



4.[3p] Niech $A_0 = \{1\}$ oraz $A_n = A_{n-1} \cup \{3x : x \in A_{n-1}\} \cup \{5x : x \in A_{n-1}\}$. Podać ogólny (nierekurencyjny) wzór na A_n i udowodnić jego poprawność.

5.[3p] Dla jakich wartościowań podana formuła jest prawdziwa (uzasadnić)? Zapisać formułę w najprostszej postaci $(x_1 \wedge x_2 \wedge x_3) \vee (..) \vee ... \vee (...)$ gdzie x_i są zmiennymi lub ich zaprzeczeniami
$[(p \Leftrightarrow q) \Rightarrow r] \wedge [(r \Rightarrow p) \Rightarrow q]$

Imię Nazwisko . . . . D ... rz... kol...

1.	2.	3.	4.	5.	$\sum$

1.[4p] Przy pomocy wyłącznie symboli logicznych, kwantyfikatorów (tylko nieograniczonych), zmiennych oznaczających a) liczby naturalne, b) liczby rzeczywiste oraz znaków podanych w nawiasach zapisać wyrażenie:

a) *dla dowolnej pary liczb istnieje ich wspólna wielokrotność będąca liczbą parzystą* $(\cdot, +, =, \leq, 1)$

b) *nie istnieje funkcja liniowa o dokładnie dwóch miejscach zerowych*
$(\cdot, +, =, \leq, 0)$

2.[2p] Niech A, B będą zbiorami co najmniej 3 elementowymi, takimi że $A \neq B$, $A \notin B$, $B \notin A$. Dla jakich zbiorów X zachodzi:

a) $\{A, X\} \in \{\{\{A\}, \{A, B\}\},\ \{A, \{A\}\},\ A,\ \{A\},\ \{A, \{B\}\},\ \{\{A\}, B\}\}$,

b) $\{A, \{X\}\} \subseteq \{\{\{A\}, \{A, B\}\},\ \{A, \{A\}\},\ A,\ \{A\},\ \{A, \{B\}\},\ \{\{A\}, B\}\}$,

3.[3p] Wyznaczyć:

$\bigcup_{a\in\mathbb{R}_+}(-\infty, a) \times (-\infty, a^2]$

$\bigcup_{a\in\mathbb{R}}(-\infty, a) \times (-\infty, a^2]$

$\bigcap_{a\in\mathbb{R}_+}(-\infty, a) \times (-\infty, a^2]$

$\bigcap_{a\in\mathbb{R}}(-\infty, a) \times (-\infty, a^2]$

4.[3p] Niech $A_0 = \{0\}$ oraz $A_n = A_{n-1} \cup \{3 + x : x \in A_{n-1}\} \cup \{5 + x : x \in A_{n-1}\}$. Podać ogólny (nierekurencyjny) wzór na A_n i udowodnić jego poprawność.

5.[3p] Dla jakich wartościowań podana formuła jest prawdziwa (uzasadnić)? Zapisać formułę w najprostszej postaci $(x_1 \wedge x_2 \wedge x_3) \vee (..) \vee ... \vee (...)$ gdzie x_i są zmiennymi lub ich zaprzeczeniami
$[(p \Rightarrow q) \Rightarrow r] \wedge [(r \Leftrightarrow p) \Rightarrow q]$